



## Estimativa de curvas médias de lactação de vacas da raça Gir através de diferentes funções matemáticas

Arcadio de los Reyes Borjas<sup>1</sup>, Jorge Luís Ferreira<sup>1</sup>, Rui da Silva Verneque<sup>2</sup>, Marcela Borges<sup>3</sup>, Cláudio de Ulhoa Magnabosco<sup>4</sup>.

<sup>1</sup>Departamento de Produção Animal, Escola de Veterinária, Universidade Federal de Goiás, Campus II, Samambaia, Caixa Postal 131, Goiânia-GO. [adreyesb@vet.ufg.br](mailto:adreyesb@vet.ufg.br). <sup>2</sup>Pesquisador, CNPGL-EMBRAPA, Juiz de Fora-MG. <sup>3</sup>Zootecnista. MSc. <sup>4</sup>Pesquisador, CNPAF-EMBRAPA, Goiânia-GO.

**Resumo:** Objetivou-se estimar curvas médias de lactação de vacas da raça Gir comparando diferentes funções matemáticas. Utilizaram-se produções de um dia obtidas com intervalo mensal de sete rebanhos da EMBRAPA Gado de Leite, referentes a lactações ocorridas no período 1989 a 2002, totalizando 32.156 controles mensais de 1.924 vacas com quatro ou mais registros por lactação com duas ordenhas diárias. Para cada ordem de lactação (1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e posteriores) foram estimadas as produções médias de leite em 24 estádios com intervalo de 15 dias. Através de regressão não linear ponderada foram testadas as funções Gama incompleta, Quadrática logarítmica, Linear hiperbólica e Multifásica. O ajustamento de cada função foi julgado pela distribuição dos resíduos, coeficientes de determinação ajustados ao número de parâmetros, autocorrelação dos resíduos e teste Durbin-Watson. A função de melhor ajuste foi a Difásica, explicando adequadamente o processo da produção de leite para cada lactação.

**Palavras-chave:** curva de lactação, funções matemáticas, raça Gir

### Average lactation curves estimation of Gir breed cows by different mathematical functions

**Abstract:** The objective was to estimate average lactation curves of Gir breed cows by different mathematical functions. It were used records measured at monthly intervals from seven herds of “EMBRAPA Gado de Leite”, which were from lactations of 1989 to 2002 period. It sample comprised 32,156 two milking monthly records from 1,924 cows with at least four records per lactation. Milk production averages were estimated for each lactation order (1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>, 4<sup>th</sup> and later) for 24 stages of lactation of 15 days each. The Incomplete gamma, Quadratic logarithmic, Linear hyperbolic and Multiphasic mathematical functions were tested by non-linear regression. The fitting quality of each function was judged by the residual distribution, coefficient of determination adjusted by the number of parameters, autocorrelation of residuals and Durbin-Watson test. The best fitting on this sample data was obtained with the Dyphasic function, which explained adequately the milk production process for each of the four lactation order.

**Key-words:** Gir breed, lactation curve, mathematical functions

## INTRODUÇÃO

O modelo matemático da curva de lactação provê informação resumida sobre a produção de leite de vacas individuais ou grupos delas, o qual é útil para as decisões de manejo e seleção, e na simulação do desempenho do rebanho. Geralmente, o objetivo de modelar a curva de lactação é prever a produção diária, ou de um período da lactação com erro mínimo, a fim de elucidar o padrão de produção de leite subjacente, na presença dos efeitos das variações ambientais locais.

A utilidade de qualquer modelo matemático depende de sua efetividade para explicar o processo biológico da produção de leite, através da lactação, e ajustar os efeitos dos fatores que a afetam. O ajustamento de um modelo de curva de lactação pode depender de se o objetivo é prever a produção cumulativa, ou as produções diárias individuais, resultando necessário distinguir entre modelar a curva média de lactação de grupos de vacas com diferentes curvas de lactação (ex. por ordem de lactação) e modelar lactações individuais. Vários modelos têm sido desenvolvidos para descrever o padrão do processo biológico da produção de leite por lactação (WOOD, 1967; BIANCHINI SOBRINHO & DUARTE, 1986; ALI & SCHAEFFER, 1987; GROSSMAN & KOOPS, 1988).

O objetivo foi estimar curvas médias de lactação de vacas da raça Gir, segundo a ordem de lactação, comparando diferentes funções matemáticas.

## MATERIAL E MÉTODOS

Foram utilizadas informações provenientes da base de dados da EMBRAPA Gado de Leite, referentes a registros de produção de lactações produzidas no período de 1989 a 2002 em sete rebanhos, totalizando

32.156 controles mensais de 1.924 vacas com quatro ou mais registros por lactação, em duas ordenhas diárias. Mediante o PROC GLM estimou-se a produção de leite média dos controles periódicos dividindo-se em 24 estádios da lactação, com intervalos de 15 dias: 1 a 15; 16 a 30; e assim sucessivamente, até o 24º intervalo de 346 a 360 dias. Foi definida a ordem de lactação (OL), de acordo com a idade da vaca ao parto em meses (IV), visto que a base de dados não incluiu essa variável de forma consistente, sendo: 1ª OL = IV ≤ 44 meses; 2ª OL = 44 < IV ≤ 59 meses; 3ª OL = 59 < IV ≤ 74 meses e 4ª OL e posteriores = 74 < IV ≤ 164 meses. As estimativas das produções médias para os 24 intervalos dentro de cada OL foram obtidas através do seguinte modelo matemático:

$$Y_{ijkl} = \mu + R_i + A_j + IC_k + b(IV_{ijkl}) + e_{ijkl}$$

em que,  $Y_{ijkl}$  = registro de produção no dia do controle;  $\mu$  = média geral comum a todas as observações;  $R_i$  = efeito do  $i$ -ésimo rebanho ( $i = 1, \dots, 7$ );  $A_j$  = efeito do  $j$ -ésimo ano de parto ( $j = 1, \dots, 13$ );  $IC_k$  = efeito do  $k$ -ésimo intervalo de controle ( $k = 1, \dots, 24$ );  $b$  = regressão linear sobre a idade da vaca ao parto ( $IV_{ijkl}$ ) em meses;  $e_{ijkl}$  = erro aleatório associado a cada observação.

A partir das médias estimadas e do número de observações para os 24 intervalos de controle de cada OL, foram testadas quatro funções para descrever as curvas de lactação correspondentes, mediante regressão não linear, ponderada pelo número de observações, através do PROC NLIN. As funções testadas foram: Gama Incompleta (WOOD, 1967), Linear Hiperbólica (BIANCHINI SOBRINHO & DUARTE, 1986), Quadrática Logarítmica (ALI & SCHAEFFER, 1987) e Multifásica (GROSSMAN & KOOPS, 1988).

*Gama Incompleta (GI):*  $Y = an^b * e^{-cn} + \varepsilon$

em que,  $Y$  = produção de leite no  $n$ -ésimo estágio da lactação;  $a$  = estimador da produção inicial de leite;  $b$  = duração da fase ascendente;  $c$  = declínio após o pico;  $\varepsilon$  = erro aleatório associado a cada observação. O pico de produção ocorre em  $n = (b/c)$ ; a produção total é uma função de  $c^{-(b+1)}$  e a persistência ( $P$ ) é dada por  $P = -(b+1) \log_e$ .

*Quadrática Logarítmica (QL):*  $Y = B_0 + B_1 X + B_2 X^2 + B_3 \ln X + \varepsilon$

em que,  $Y$  = produção de leite no estágio  $X$ ;  $B_i$  = parâmetros que definem a forma da curva;  $\varepsilon$  = erro aleatório associado a cada observação.

*Linear Hiperbólica (LH):*  $Y = B_0 + B_1 X + B_2 (1/X) + \varepsilon$

em que,  $Y$  = produção de leite no estágio  $X$ ;  $B_i$  = parâmetros que determinam a forma da curva;  $\varepsilon$  = erro aleatório associado a cada observação.

*Multifásica (MF):*  $Y_t = \sum_{i=1}^n \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i(t - c_i))]\} + \varepsilon$

em que,  $Y$  = produção de leite no tempo  $t$ ;  $n$  = número de fases da função;  $\tanh$  = tangente hiperbólica;  $a_i b_i$  = produção máxima no pico na fase  $i$ ;  $c_i$  = tempo para alcançar o pico;  $\varepsilon$  = erro aleatório associado a cada observação no tempo  $t$ .  $2b_i^{-1}$  = duração em dias requerida para alcançar 75% da assíntota da produção total durante a fase  $i$ .

Para a escolha da função de melhor ajuste consideraram-se os seguintes critérios: distribuição dos resíduos em função do tempo de lactação, coeficientes de determinação ajustados ao número de parâmetros de cada modelo  $R_A^2 = ((N - I) * R^2) - P / (N - P - I)$ ; ( $N$  = Num. de observações e  $P$  = Num. de parâmetros), auto-correlação dos resíduos, desvio padrão residual da função de regressão não linear e teste Durbin-Watson (DURBIN & WATSON, 1951).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Todos os efeitos foram significativos ( $P < 0,001$ ) para as quatro ordens de lactação. Em análises prévias o efeito do mês de parto para cada OL não foi significativo. A função MF foi aplicada na forma Difásica (DF), pois fases superiores não contribuíram significativamente ao ajuste do modelo.

O conjunto dos resultados dos critérios para escolha da função de melhor ajuste, sobre as quatro OL, mostrou que a função Gama incompleta foi a menos adequada, subestimando a produção durante a fase de ascendente, e sobrestimando a produção durante todo o estágio após o pico, sobre todas as lactações, sendo os erros, para ambos os períodos, maiores nas duas primeiras lactações. A função Difásica resultou a que melhor estimou a produção de leite para as quatro OL, com valores de  $R_A^2$  entre 0,9996 e 0,9998 e distribuição mais uniforme dos resíduos através do tempo. Esses resultados estão em correspondência com os obtidos por GROSSMAN & KOOPS (1988) sobre diferentes lactações de vacas da raça Holandesa nos EU, e os achados por GONÇALVES *et al.* (1996) para lactações de vacas da raça Gir no Brasil.

As estimativas dos coeficientes de regressão da função Difásica, para cada ordem de lactação, são apresentadas na Tabela 1.

Na Figura 1 mostram-se as distribuições dos resíduos, segundo o curso da lactação, das quatro funções testadas para a terceira lactação, e as curvas de lactação segundo a função Difásica das quatro ordens de lactação.

TABELA 1. Coeficientes de regressão estimados para a função Difásica<sup>1</sup> nas quatro ordens de lactação.

Ordem de lactação	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>
1ª lactação	265,1122	0,0111	53,7768	2876,2828	0,0026	163,5334
2ª lactação	27,2431	0,0296	57,4020	4596,0186	0,0024	1,6948
3ª lactação	160,4608	0,0151	34,3814	4204,1650	0,0026	40,5887
4ª lact. e posteriores	282,3011	0,0145	30,2416	3144,3012	0,0035	99,7859

<sup>1</sup>Função Difásica:  $Y = A_1 * B_1 (1 - \tanh^2(B_1 (t - C_1))) + A_2 * B_2 (1 - \tanh^2(B_2 (t - C_2)))$

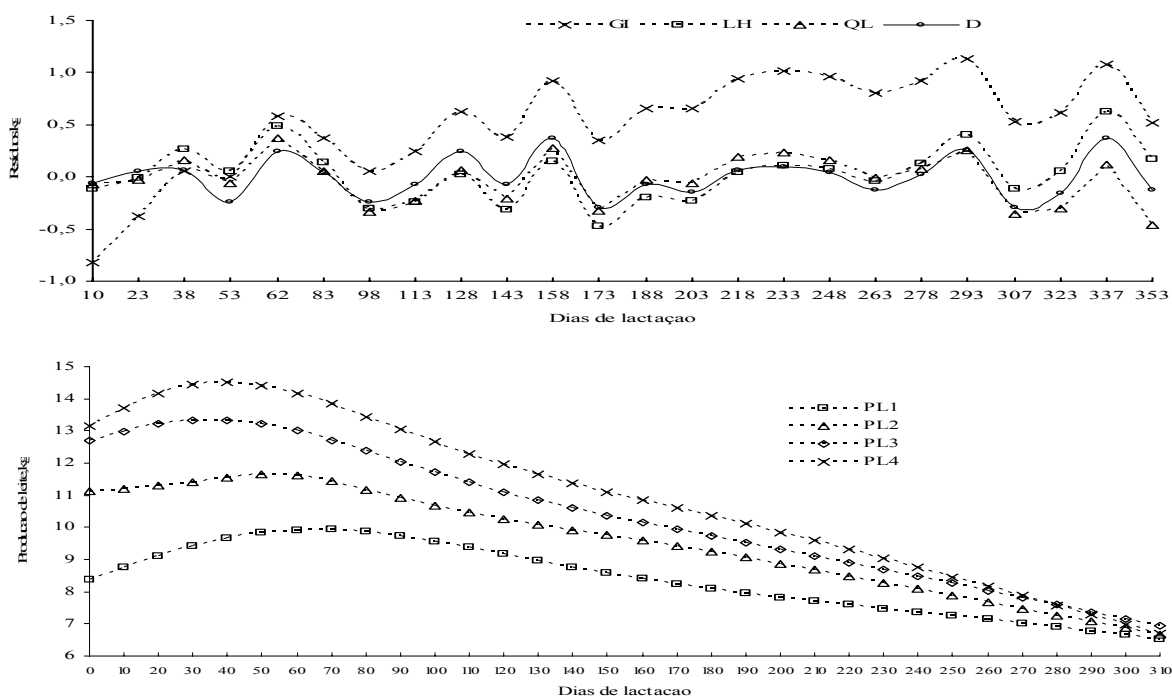


FIGURA 1. Distribuição dos resíduos para a terceira lactação (superior), segundo as funções Gama incompleta (GI), Linear Hiperbólica (LH), Quadrática logarítmica (QL) e Difásica (D), e curvas de lactação da função Difásica para as quatro ordens de lactação, PL1-PL4 (inferior).

### CONCLUSÕES

As curvas médias de lactação de vacas Gir geradas pela função Difásica podem ser usadas para a tomada de decisões de manejo, e como base para a estimativa mais acurada da produção de leite por lactação, para fins de avaliação genética e seleção nos rebanhos dessa raça.

### REFERÊNCIAS

- ALI, T.E. and Schaeffer, L.R. 1987. Accounting for covariance among test day yields in dairy cows. *Can. J. of An. Sci.*, 67: 637-644.
- BIANCHINI SOBRINHO, E., DUARTE, F.A.M., LÔBO, R.B. 1986. Linear hyperbolic lactation curves. *Rev. Bras. Genet.*, 9: 271-280.
- DURBIN, J. and WATSON, G.S. 1951. Testing for serial correlation in least squares regression. *Biometrika*, 30: 159-177.
- GONÇALVES, T.M., MARTINEZ, M.L., MILAGRES, J.C. 1996. Curvas de lactação na raça Gir. I. Escolha do modelo de melhor ajuste. *R. Bras. Zootec.*, 25: 616-626.
- GROSSMAN, M. and KOOPS, W.J. 1988. Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.*, 71: 1598-1608.
- WOOD, P.D.P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, 216: 164-165.