

A DISTRIBUIÇÃO DO PONTO DE MÁXIMO OU DE MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO USADA EM EXPERIMENTOS DE ADUBAÇÃO

ALFREDO RIBEIRO DE FREITAS

Engenheiro-Agrônomo

Orientadora: Dra. Marli Gomes Franco

Dissertação apresentada à Escola Superior de
Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade
de São Paulo, para obtenção do título de
Mestre em Experimentação e Estatística.

PIRACICABA

Estado de São Paulo - Brasil

Agosto, 1978

Ao meu pai (IN MEMORIAN)

À minha mãe

D E D I C O

Aos irmãos:

Antonio

Darci

Gerça

Maria

O F E R E Ç O

A G R A D E C I M E N T O S

- À Doutora Marli Gomes Franco, pela orientação e solidariedade dispensada durante a realização deste trabalho;
- Ao Dr. Frederico Pimentel Gomes, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Experimentação e Estatística, pelas valiosas sugestões apresentadas e pela revisão deste trabalho;
- Aos Dr.^s Izaias Rangel Nogueira e Roberto Simionato Moraes, pelo espírito de colaboração;
- À Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuária (EMBRAPA) e à Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro concedido;
- Aos Colegas do Curso de Experimentação e Estatística; Professores e Funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", que, de alguma forma colaboraram para o bom desempenho deste trabalho;
- Ao colega E. Bajungu , pela elaboração do Summary;
- Ao colega Paulo José de Gáspari, pela realização dos serviços datilográficos;
- A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

Í N D I C E

	Pág.
1 - RESUMO	1
2 - INTRODUÇÃO	4
3 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	8
3.1 - Estimativa dos Parâmetros e suas Respectivas Variâncias e Covariâncias	9
4 - REVISÃO DE LITERATURA	14
4.1 - Obtenção de Produções Máximas	14
4.2 - Estudos da Distribuição de um Quociente	17
4.3 - Estimativa da Variância do Ponto de Máximo ou de Mínimo	19
4.4 - Testes de Assimetria e Curtose	20
4.4.1 - Teste de Assimetria	21
4.4.2 - Teste de Curtose	21
4.5 - Intervalos de Confiança	22
4.6 - Simulação de Dados	26
5 - MATERIAL E MÉTODOS	29
5.1 - Material	30
5.2 - Métodos	30
5.2.1 - Simulação de \sqrt{X}	30
5.2.2 - Variância de \sqrt{X}	32

5.2.3 - Intervalos de Confiança para \sqrt{X}	33
5.2.3.1 - Intervalos de Confiança pelo Método de Fieller	33
5.2.3.2 - Intervalos de Confiança Utilizando as Variâncias $V_1(\sqrt{X})$ e $V_2(\sqrt{X})$	33
5.2.3.3 - Intervalos de Confiança Empírico .	33
5.2.4 - Histogramas de Frequência para \sqrt{X} ..	34
5.2.5 - Estimativa dos Coeficientes de Assimetria e Curtose	34
6 - RESULTADOS	36
6.1 - Estatísticas da Distribuição de \sqrt{X}	36
6.2 - Histogramas de Frequência de \sqrt{X}	37
6.3 - Intervalos de Confiança para \sqrt{X}	39
6.4 - Coeficientes de Variação das Estimativas \hat{b} e \hat{c}	40
7 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	63
7.1 - Estatísticas da Distribuição de \sqrt{X}	63
7.2 - Histogramas de Frequência da Distribuição de \sqrt{X}	66
7.3 - Intervalos de Confiança para \sqrt{X}	67
7.4 - Coeficientes de Variação das Estimativas \hat{b} e \hat{c}	67

	pág.
8 - CONCLUSÕES	68
9 - SUMMARY	70
10 - BIBLIOGRAFIA CITADA	73
11 - APÊNDICE	76

1 - RESUMO

No presente trabalho estudaram-se a distribuição do ponto de máximo ou de mínimo da função de produção

$$Y_i = a + b X_i^{1/2} + c X_i + e_i .$$

Para simplificação de cálculos usaram-se polinômios ortogonais , resultando a equação

$$Y_i = \hat{a} + \hat{b} P_1 (Z_i) + \hat{c} P_2 (Z_i)$$

onde $P_1 (Z_i)$ e $P_2 (Z_i)$ são os polinômios ortogonais propriamente dito . Portanto têm-se \hat{b} e \hat{c} independentes .

O ponto de máximo ou de mínimo dessa equação é dado por

$$\sqrt{X} = \frac{-\hat{b}}{2\hat{c}} .$$

Estimaram-se \underline{b} e \underline{c} em um total de 536 ensaios com a cultura do algodão. Com esses valores geraram através da sub-rotina RANDU 1.000 valores para \hat{b} e 1.000 para \hat{c} com distribuição aproximadamente normal. Esses valores foram ajustados adequadamente de modo que obtiveram-se 1.000 valores para \hat{b} e 1.000 para \hat{c} , relativos a cada uma das variâncias: 5,00 ; 10,00 ; 15,00 ; 20,00 ; 25,00 ; 30,00 ; 35,00 ; 40,00 ; 45,00 e 50,00 .

Com esses valores calcularam-se o terceiro e quarto momentos em relação à média, o quarto momento esperado (caso a distribuição de \sqrt{X} fosse normal). Obtiveram-se ainda os valores de $\hat{\gamma}_1$ (coeficiente de assimetria) e $\hat{\gamma}_2$ (coeficiente de curto - se). Após a aplicação da prova de \underline{t} , concluíram que somente nas variâncias $\sigma^2 = 5,00$ e $\sigma^2 = 10,00$ a distribuição de \sqrt{X} é aproximadamente normal. Nos demais casos, foge completamente da normalidade ; caracterizando distribuições leptocúrticas e com assimetria positiva.

Calcularam-se ainda quatro intervalos de confiança para \sqrt{X} :

- 1 - Intervalo de confiança pelo método de Fieller.
- 2 - Intervalo de confiança empírico a um nível de 5% de probabilidade. Nesse caso para cada 1.000 dados tomaram - se o menor e o maior valor, após a eliminação dos 25 maiores e dos 25 menores.

3 - Intervalo obtido mediante a fórmula

$$\sqrt{\bar{X}} \pm t \sqrt{\hat{V}_1(\sqrt{\bar{X}})}, \quad \text{onde} \quad \hat{V}_1(\sqrt{\bar{X}})$$

é obtido com a fórmula usual de variância.

4 - Intervalo obtido através da fórmula

$$\sqrt{\bar{X}} \pm t \sqrt{\hat{V}_2(\sqrt{\bar{X}})}, \quad \text{onde} \quad \hat{V}_2(\sqrt{\bar{X}})$$

é obtido por diferenciação do ponto de máximo ou de mínimo.

Concluem-se que os intervalos obtidos pelo método de Fieller e empiricamente são coincidentes, embora possuam intervalos maiores do que os obtidos através de $\hat{V}_2(\sqrt{\bar{X}})$, que é o mais preciso.

Resultados insatisfatórios foram obtidos com $\hat{V}_1(\sqrt{\bar{X}})$ pois, para $\sigma^2 > 35,00$, os extremos inferiores são negativos.

2 - INTRODUÇÃO

O aumento da produtividade agrícola mundial verifica-se principalmente com o incremento do uso racional de fertilizantes. Naturalmente é de grande interesse determinar as dosagens economicamente aconselháveis. Para tanto, necessário se torna um estudo sobre as funções de produção, que melhor se adaptam ao fenômeno em estudo e determinar os níveis dos fatores que conduzem a uma maior produtividade.

De um modo geral representa-se uma função de produção através do modelo

$$Y = f (X_1 , X_2 , \dots , X_n / F_1 , F_2 , \dots , F_m / Z_1 , Z_2 , \dots , Z_k)$$

onde Y representa a quantidade produzida, X_1 , X_2 , \dots , X_n são as quantidades dos fatores variáveis ; F_1 , F_2 , \dots , F_m as quan

tidades dos fatores fixos e Z_1, Z_2, \dots, Z_k são os fatores in controláveis ao pesquisador (HOFFMANN, ARRUDA e VIEIRA, 1971).

HOFFMANN e VIEIRA (1976) estudaram as dosagens econô-
micas dos nutrientes através da função de receita líquida nas
seguintes equações: curva de Mitscherlich, Trinômio de segun-
do grau e modelo com raiz quadrada.

Sabe-se que o trinômio de segundo grau tem sido duran-
te muitos anos utilizado pela F.A.O. (Organização das Nações U-
nidas para a Alimentação e Agricultura) em seus experimentos de
adubação. Entretanto, apesar desta equação ser bastante flexí-
vel nas aplicações e exigir uma base matemática elementar, apre-
senta as seguintes desvantagens:

- A curva representa bem o fenômeno até o ponto de máximo.
A partir daí há uma queda rápida, que não se verifica
na prática (Figura 1).
- A determinação da dose ótima de nutriente é precária,
pois, os resultados têm baixa precisão.

Por sua vez, o modelo com raiz quadrada (Figura 2) re
presenta melhor o mesmo fenômeno, sendo de fácil aplicação.

No presente trabalho estuda-se a distribuição dos er-
ros experimentais na determinação do ponto de máximo ou de míni
mo do modelo.

$$Y_i = a + b X_i^{1/2} + c X_i + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

onde se supõe que os erros possuem distribuição normal de média
zero e variância σ^2 . Estudo semelhante foi feito por D'AULI -

SIO (1976) para o modelo quadrático.

Este estudo nos será bastante oportuno, uma vez que, nestas funções, a produção máxima teoricamente possível é seu ponto de máximo. O ponto de máximo ou de mínimo de uma função de produção baseada em dados experimentais é uma variável aleatória, portanto, necessário se torna avaliar sua precisão. Para isto, necessitamos obter o intervalo de confiança que contém o verdadeiro ponto de máximo ou de mínimo.

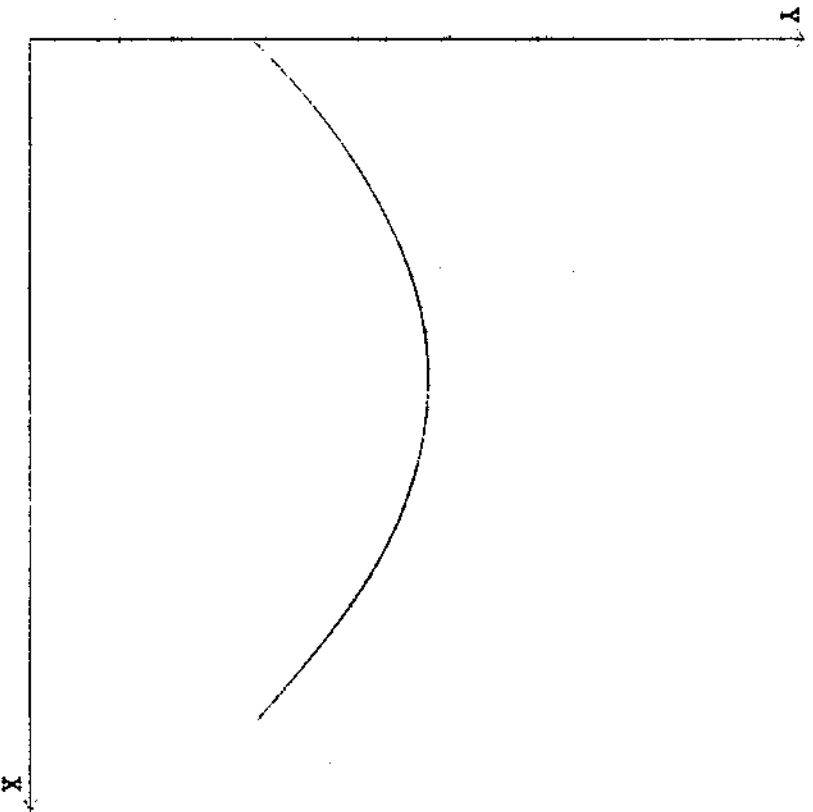


Fig. 1 - Representação gráfica do trinômio de segundo grau

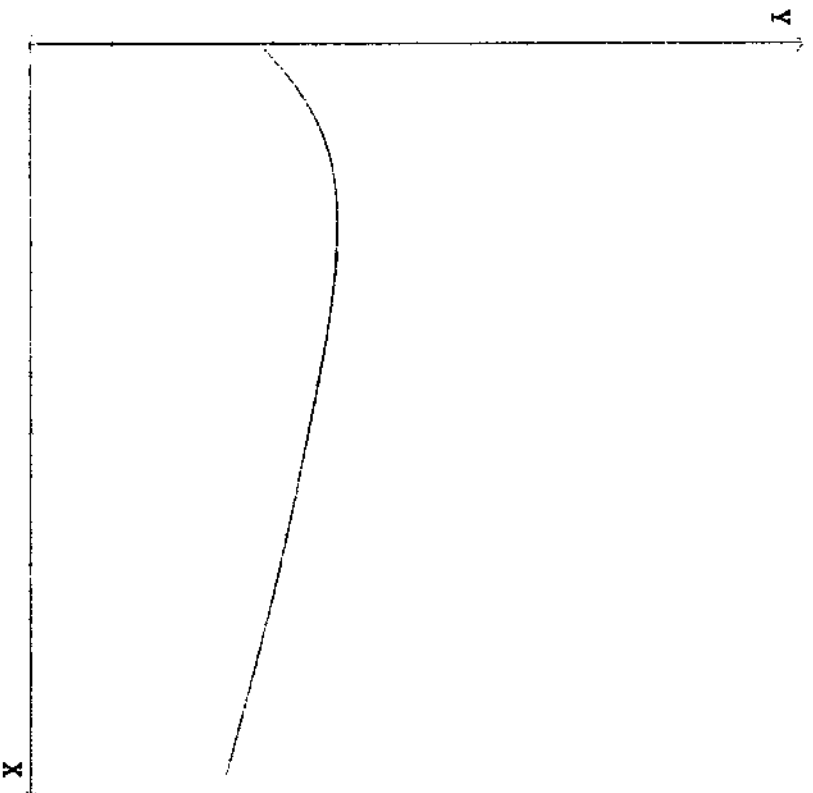


Fig. 2 - Representação gráfica do modelo com raiz quadrada

3 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Neste trabalho estuda-se a distribuição de probabilidade do ponto de máximo ou de mínimo no modelo com raiz quadrada

$$Y_i = a + b \sqrt{X_i} + c X_i + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

onde Y_i representa a produção obtida, em quilogramas por hectare, X_i a quantidade de nutriente (N, P_2O_5 ou K_2O), em kg/ha e considera-se os erros aleatórios e independentes, com média zero e variância σ^2 constante.

Sejam \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} as estimativas de a , b , c , respectivamente e seja \hat{Y}_i a produção estimada, a função de produção fica.

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} \sqrt{X_i} + \hat{c} X_i$$

Uma condição necessária para que a equação acima tenha ponto de máximo ou de mínimo será

$$\frac{dY}{dX} = 0$$

Daí obtemos

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\hat{b}}{2 \sqrt{X}} + \hat{c}$$

Igualando-se a zero esta derivada, obtém-se

$$\sqrt{X} = \frac{-\hat{b}}{2 \hat{c}}$$

Por outro lado, uma condição suficiente para a existência de máximo é termos

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{-\hat{b}}{4 X^{3/2}} < 0$$

Para $\hat{b} > 0$, $\hat{c} > 0$ a função não tem máximo. Se $\hat{b} > 0$ e $\hat{c} < 0$ a função apresenta máximo no ponto de abscissa.

$$\sqrt{X} = \frac{-\hat{b}}{2 \hat{c}}$$

3.1 - Estimativa dos Parâmetros e suas Respective Variâncias e Covariâncias

Sejam N pares de valores X_i , Y_i ($i = 1, 2, \dots, N$) observados. A partir da equação

$$Y_i = a + b \sqrt{X_i} + c X_i + e_i$$

obtêm-se estimativas dos parâmetros, através do método de mínimos quadrados, ou seja:

$$\hat{\beta} = (X' X)^{-1} X' Y$$

onde

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{c} \end{bmatrix} \quad \text{é o vetor coluna das estimativas dos parâmetros}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{X_1} & X_1 \\ 1 & \sqrt{X_2} & X_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sqrt{X_N} & X_N \end{bmatrix} \quad \text{é a matriz de observações}$$

e

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix} \quad \text{é o vetor coluna das produções}$$

As variâncias e covariâncias das estimativas \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} são obtidas da matriz de dispersão

$$(X' X)^{-1} \sigma^2$$

Sejam três níveis equidistantes de nutrientes ($X = 0$, $X = 1$ e $X = 2$) com r repetições. Obtêm-se

$$X' X = r \begin{bmatrix} 3 & 1 + \sqrt{2} & 3 \\ 1 + \sqrt{2} & 3 & 1 + 2\sqrt{2} \\ 3 & 1 + 2\sqrt{2} & 5 \end{bmatrix}$$

$$e (X' X)^{-1} =$$

$$= 1/r \begin{bmatrix} 1 & (\sqrt{2} - 2)/(6 - 4\sqrt{2}) & (3\sqrt{2} - 4)/(6 - 4\sqrt{2}) \\ (\sqrt{2} - 2)/(6 - 4\sqrt{2}) & 6 / (6 - 4\sqrt{2}) & -3\sqrt{2} / (6 - 4\sqrt{2}) \\ (3\sqrt{2} - 4)/(6 - 4\sqrt{2}) & -3\sqrt{2} / (6 - 4\sqrt{2}) & (6 - 2\sqrt{2}) / (6 - 4\sqrt{2}) \end{bmatrix}$$

Daí se deduz

$$V(\hat{a}) = \sigma^2 / r \quad ; \quad V(\hat{b}) = \frac{6 \sigma^2}{(6 - 4\sqrt{2}) r}$$

$$V(\hat{c}) = \frac{(6 - 2\sqrt{2}) \sigma^2}{(6 - 4\sqrt{2}) r} \quad ; \quad \text{Cov}(\hat{a}, \hat{b}) = \frac{(\sqrt{2} - 2) \sigma^2}{(6 - 4\sqrt{2}) r} ;$$

$$\text{Cov}(\hat{a}, \hat{c}) = \frac{(3\sqrt{2} - 4) \sigma^2}{(6 - 4\sqrt{2}) r} \quad ; \quad \text{Cov}(\hat{b}, \hat{c}) = \frac{-3\sqrt{2} \sigma^2}{(6 - 4\sqrt{2}) r}$$

A variância da estimativa dos rendimentos é dada por:

$$V(\hat{Y}) = V(\hat{a}) + X V(\hat{b}) + X^2 V(\hat{c}) + 2\sqrt{X} \text{Cov}(\hat{a}, \hat{b}) + \\ + 2X \text{Cov}(\hat{a}, \hat{c}) + 2\sqrt{X^3} \text{Cov}(\hat{b}, \hat{c})$$

Acontece que adotando a função de produção na forma

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} \sqrt{X_i} + \hat{c} X_i \quad ,$$

as estimativas \hat{b} e \hat{c} são geralmente dependentes, o que vem complicar bastante nosso estudo. Uma forma de amenizar este problema

ma é utilizar a função de produção sob a forma

$$Y_i = a + b P_1 (Z_i) + c (Z_i) + e_i \quad \text{com} \quad Z_i = \sqrt{X_i}$$

onde $P_1 (Z_i)$ e $P_2 (Z_i)$ são polinômios ortogonais apropriados, de primeiro e de segundo grau, respectivamente. Dessa maneira b e c , apresentam-se ainda normalmente distribuídos, porém, in dependentes, de modo que a covariância entre eles é nula.

Adotando-se ainda três níveis equidistantes de nutrientes ($X = 0$, $X = 1$ e $X = 2$), tem-se

Q_0	Q_1	Q_2
1	0	0
1	1	1
1	$\sqrt{2}$	2

e ainda

$$P_0 = Q_0$$

$$P_1 = Q_1 - \frac{Q_1 P_0}{P_0 P_0} \cdot P_0$$

$$P_2 = Q_2 - \frac{Q_1 Q_2}{P_1 P_1} \cdot P_1 - \frac{P_0 Q_2}{P_0 P_0} \cdot P_0$$

Daí obtém-se

$$\hat{a} = \frac{(\bar{Y}_0 + \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2)}{3}$$

$$\hat{b} = \frac{-0,8048 \bar{Y}_0 + 0,1953 \bar{Y}_1 + 0,6095 \bar{Y}_2}{-0,8048^2 + 0,1953^2 + 0,6095^2}$$

$$\hat{c} = \frac{0,0766 \bar{Y}_0 - 0,2613 \bar{Y}_1 + 0,1847 \bar{Y}_2}{0,0766^2 + (-0,2613)^2 + 0,1847^2}$$

onde \bar{Y}_0 , \bar{Y}_1 e \bar{Y}_2 são as produções médias obtidas com as doses 0 , 1 e 2 , respectivamente.

4 - REVISÃO DE LITERATURA

4.1 - Obtenção de Produções Máximas

Devido a afinidade do ponto de máximo de uma função de produção com a produção máxima teórica possível, mostram-se aqui algumas fórmulas usadas na obtenção da produtividade máxima.

O estudo prático das dosagens econômicas da função de produção

$$Y_i = a + b \sqrt{X_i} + C X_i + e_i$$

baseia-se na fórmula

$$X^* = \frac{b - r}{-2c}$$

para $c < 0$; onde $r = t/w$, sendo t o preço por quilograma

de nutriente e w o preço por quilograma do produto.

ARRUDA (1969) estudou experimentos fatoriais do tipo $3 \times 3 \times 3$ para $N \times P \times K$ e deduziu uma fórmula para a dosagem de nutriente que propicia o máximo lucro (valor em cruzeiros da produção agrícola, no campo, sem colher, menos o valor em cruzeiros invertidos na adubação) dada por:

$$X^* = \frac{(-3 \bar{Y}_0 + 4 \bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) w - 2 t}{-2 (\bar{Y}_0 - 2 \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2) w},$$

onde w é o preço unitário do produto agrícola, t o preço unitário do fertilizante; \bar{Y}_0 , \bar{Y}_1 e \bar{Y}_2 são as produções médias obtidas com as doses 0, 1 e 2, respectivamente.

ANDERSON e NELSON (1971) fizeram vários experimentos de adubação na cultura do milho, realizados na Carolina do Norte, Estados Unidos da América. Utilizaram-se como função de produção o modelo com raiz quadrada

$$\eta^* = -\gamma_1 (X + \delta^*) + \gamma_2 (X + \delta^*)^{1/2},$$

onde a dosagem que proporcionou a produção máxima foi

$$X^* = \frac{\sqrt{2}}{4 \gamma_1^2} - \delta^*$$

onde γ_1 e γ_2 são os coeficientes da função de produção e δ^* o nível de nutriente existente no solo antes da adubação.

A função de produção na forma

$$Y = a + b X_i + c \sqrt{X_i} + e_i$$

foi aplicada por HOFFMANN e VIEIRA (1976) em 50 ensaios fatoriais 3^3 na cultura do milho com a dosagem econômica estimada por

$$\sqrt{X^*} = \frac{\hat{c}}{2(\theta - \hat{b})} \quad \text{ou} \quad X^* = \frac{\hat{c}^2}{4(\theta - \hat{b})^2}$$

onde \hat{b} e \hat{c} são as estimativas dos coeficientes de regressão e $\theta = P/W$; sendo P o preço da dose de nutriente (incluindo os custos fixos e variáveis de adubo, no período que decorre da adubação à colheita, subtraídos os subsídios dados pelo governo) e $W = A - C$, onde A é o preço pago ao produtor na época da safra por unidade do produto agrícola no estabelecimento e C o custo variável da colheita e preparo do produto para a comercialização. Tanto a função de produção quadrática como o modelo com raiz quadrada, apesar de serem bastante utilizados pelos pesquisadores, tem a desvantagem de não se prestarem para a extrapolação, ou seja, não convém, quando queremos estimar a produção para níveis de fertilização acima da dose máxima utilizada no experimento. Tal restrição é mais branda para a equação de Mitscherlich, sendo por isso, uma das mais utilizadas em experimentos de adubação. A dose econômica para esta função, deduzida por PIMENTEL GOMES e ABREU (1959) é:

$$X^* = X_u/2 + (1/C) \log \frac{u w}{X_u t},$$

onde X_u é a dose de nutriente em quilogramas por hectare; u o aumento da produção em quilogramas; t o preço por quilograma de nutriente; w o preço por quilograma do produto e C o coeficiente de eficácia, dado em ha/kg de nutriente.

4.2 - Estudos da Distribuição de um Quociente

Estudos sobre a distribuição de um quociente de duas variáveis aleatórias são bastante escassos na literatura. Um dos primeiros trabalhos a esse respeito é o de MERRIL (1928) que estudou a distribuição do quociente

$$I = \frac{\bar{y} + y}{\bar{x} + x},$$

onde ambos os membros possuem distribuições normais e referem-se à medidas de crânios humanos.

O autor concluiu que no caso da correlação entre x e y ser pequena e seus respectivos coeficientes de variação baixos, os quocientes obtidos são aproximadamente normais. Nos demais casos, esses quocientes fogem consideravelmente da normalidade.

FIELLER (1932), estudou a distribuição do quociente $v = y/x$, onde x e y são variáveis aleatórias normalmente distribuídas e representam, respectivamente, medições de ossos parietais e temporais, observadas de 787 crânios humanos. O au-

tor concluiu que os quocientes obtidos se aproximam da normalidade, o que concorda em parte com os resultados de Merril.

KENDALL (1947) e KENDALL e STUART (1963) estudaram a distribuição do quociente

$$Z = \frac{\delta_1}{\delta_2} ,$$

onde δ_1 e δ_2 são variáveis aleatórias, com

$$\delta_1 \sim N(m_1, \sigma_1^2) \quad \text{e} \quad \delta_2 \sim N(m_2, \sigma_2^2) .$$

No caso de $m_1 = m_2 = 0$ e δ_1 e δ_2 serem independentes entre si KENDALL e STUART (1963) demonstram que Z tem distribuição de Cauchy. Sabe-se que este fato é irrelevante, pois, em adubação tem-se $m_1 > 0$ e $m_2 > 0$.

No caso de m_2 ser positivo e, por exemplo $m_2 > 4 \sigma_2$ de tal sorte que valores negativos de σ_2 praticamente não ocorram, demonstra-se que a variável

$$u = \frac{m_1 - m_2 Z}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 Z^2)^{1/2}} ,$$

segue aproximadamente uma distribuição normal reduzida com média zero e variância um (KENDALL, 1947 ; KENDALL e STUART, 1963).

No campo agrônomo D'AULÍSIO (1976) estudou a distribuição do quociente

$$X = \frac{-\hat{b}}{2 \hat{c}} ,$$

que se refere ao ponto de máximo ou de mínimo da função de produção estimada

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b} P_1(X) + \hat{c} P_2(X) ,$$

onde $P_1(X)$ e $P_2(X)$ são polinômios ortogonais de primeiro e de segundo graus, respectivamente. Para tanto, foram gerados 16.000 dados de distribuição normal, ajustados através de variâncias teóricas, obtendo-se 8.000 valores para X .

As variâncias utilizadas foram: 0,015625 ; 0,0625 ; 0,25 ; 1,00 ; 2,00 ; 4,00 ; 6,25 e 9,00.

A autora concluiu que a distribuição de X foge completamente da normalidade, exceto talvez para o valor mais baixo de σ^2 estudado, e que à medida que crescem os valores das variâncias teóricas estudadas a distribuição tende a ser leptocúrtica.

Essas conclusões mostram que no caso das variâncias dos membros de um quociente serem pequenas, a distribuição desse quociente é aproximadamente normal. Evidentemente necessita ser mais pesquisado o caso desses membros possuírem variâncias grandes, fatos não explorados por Merrill e Fieller.

4.3 - Estimativa da Variância do Ponto de Máximo ou de Mínimo

A literatura mostra que se tivermos dois estimadores não tendenciosos \underline{a} e \underline{b} (normalmente distribuídos) dos parâ-

metros α e β , e sendo $g(a, b)$ uma função qualquer com derivadas de segunda ordem contínuas em uma região ao redor de α , β ; é possível demonstrar que $g(a, b)$ é um estimador consistente de $g(\alpha, \beta)$, com distribuição normal e variância aproximada

$$\left(\frac{\partial g}{\partial a}\right)^2 V(a) + \left(\frac{\partial g}{\partial b}\right)^2 V(b) + 2 \frac{\partial g}{\partial a} \cdot \frac{\partial g}{\partial b} \text{Cov}(a, b).$$

No nosso caso

$$\sqrt{X} = \frac{\hat{b}}{-2\hat{c}},$$

é um estimador consistente do ponto de máximo ou de mínimo e portanto sua variância estimada é aproximadamente

$$\hat{V}(\sqrt{X}) = \frac{1}{4} \left[\frac{V(\hat{b})}{\hat{c}^2} + \frac{\hat{b}^2}{\hat{c}^4} V(\hat{c}) \right],$$

pois, $\text{Cov}(\hat{b}, \hat{c})$ é nula, uma vez que se utilizam polinômios ortogonais.

4.4 - Testes de Assimetria e Curtose

Esses testes verificam a significância da variação de certos momentos da amostra, em relação aos valores esperados, no caso de uma população normal.

4.4.1 - Teste de Assimetria

Estimou-se o coeficiente de assimetria, dado por FISHER (1930)

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} .$$

Sabe-se que, quando os dados são normalmente distribuídos, tem-se $\gamma_1 = 0$, pois μ_3 é nulo.

Quando $\gamma_1 > 0$, a curva da distribuição é viesada à direita (assimetria positiva). Quando $\gamma_1 < 0$, a curva é viesada à esquerda (assimetria negativa).

Para verificar se os valores estimados de γ_1 diferem realmente de zero, calculamos de Fisher

$$V(\hat{\gamma}_1) = \frac{6 N (N - 1)}{(N - 2)(N + 1)(N + 3)} ,$$

para o uso da prova de t , dada por

$$t = \frac{\hat{\gamma}_1 - 0}{\sqrt{V(\hat{\gamma}_1)}} .$$

4.4.2 - Teste de Curtose

O coeficiente de curtose de Fisher é dado por

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 .$$

Quando os dados são normalmente distribuídos, tem-se $\gamma_2 = 0$, pois, $\mu_4 = 3 \sigma^4$. Se $\gamma_2 > 0$, a distribuição é leptocúrtica. Se $\gamma_2 < 0$, a distribuição é platicúrtica.

Para verificar se os valores estimados de σ^2 diferem realmente de zero, calcula-se por Fisher

$$V(\hat{\gamma}_2) = \frac{24 N (N - 1)^2}{(N - 3)(N - 2)(N + 3)(N + 5)}$$

que possibilita o uso da prova de t , dada por

$$t = \frac{\hat{\gamma}_2 - 0}{\sqrt{V(\hat{\sigma}_2)}} .$$

4.5 - Intervalos de Confiança

Um método de obter um intervalo de confiança para um quociente é o baseado no teorema de E. C. FIELLER (KENDALL e STUART, 1963 ; BAUM *et alii*, 1956 ; FINNEY, 1975 ; D'AULISIO, 1976 ; HOFFMANN e VIEIRA, 1976). Vejamos inicialmente uma apresentação sumária deste teorema:

- Sejam a e b os estimadores não tendenciosos de α e β , respectivamente; obtidos através de funções lineares de uma série de observações com erros distribuídos normalmente. Admite-se que as estimativas das variâncias e covariâncias de a e b são:

$$\begin{aligned}\widehat{V}(a) &= s^2 v_{11} \\ \widehat{V}(b) &= s^2 v_{22} \\ \widehat{Cov}(a, b) &= s^2 v_{12}\end{aligned}$$

Se $\mu = \alpha/\beta$ e se t_0 é o valor crítico de t a um nível de probabilidade α escolhido, então o intervalo de confiança para μ tem os extremos:

$$\frac{1}{1-g} \left[m - \frac{g v_{12}}{v_{22}} \pm \frac{t_0 s}{b} \left\{ v_{11} - 2 m v_{12} + m^2 v_{22} - g \left(v_{11} - \frac{v_{12}^2}{v_{22}} \right) \right\}^{1/2} \right]$$

onde

$$m = a/b \quad e \quad g = \frac{t_0^2 s^2 v_{22}}{b^2} .$$

Sabe-se que a nova expressão $(a - \mu b)$, função linear das observações a e b terá também distribuição normal de média zero e variância estimada.

$$\widehat{V}(a - \mu b) = s^2 v_{11} - 2 \mu s^2 v_{12} + \mu^2 s^2 v_{22} .$$

Assim sendo, a um nível de probabilidade α apropriado para t_0 , a inequação

$$(a - \mu b)^2 \leq t_0^2 s^2 v_{11} - 2 \mu t_0^2 s^2 v_{12} + t_0^2 \mu^2 s^2 v_{22}$$

dá os extremos do intervalo de confiança. No nosso caso tem-se $\widehat{Cov}(a, b) = 0$, devido ao uso de polinômios ortogonais, e a equação acima fica:

$$(b^2 - t_0^2 s^2 v_{22}) \mu^2 - 2 a b \mu + (a^2 - t_0^2 s^2 v_{11}) \leq 0 .$$

Toma-se

$$p = b^2 - t_0^2 s^2 v_{22} \quad ; \quad q = -2 a b \quad e$$

$$r = a^2 - t_0^2 s^2 v_{11} \quad .$$

As raízes da inequação correspondente são dadas pela expressão:

$$\mu = \frac{-q \pm \sqrt{\Delta}}{2 p}$$

onde $\Delta = q^2 - 4 p r$.

Consideram-se os seguintes casos (D'AULISIO, 1976):

a) $p > 0$, $r > 0$.

Nesse caso, μ_1 e μ_2 são reais e positivos. A solução da inequação será:

$$\mu_1 \leq \mu \leq \mu_2 \quad .$$

b) $p > 0$, $r = 0$.

As duas raízes são reais, sendo μ_1 nula e $\mu_2 = q/p$.

c) $p > 0$, $r < 0$.

Tem-se duas raízes reais e de sinais contrários.

$$\mu_1 < 0 \quad e \quad \mu_2 > 0 \quad .$$

A inequação está satisfeita para

$$\mu_1 \leq \mu \leq \mu_2 \quad .$$

d) $p = 0$.

A inequação está satisfeita para

$$\mu \geq r/q \quad .$$

$$e) \quad p < 0, \quad r > 0$$

Nesse caso tem-se duas raízes reais e de sinais contrários ($\mu_1 < 0$ e $\mu_2 > 0$). A inequação satisfaz para

$$\mu \leq \mu_1 < 0 \quad e \quad \mu \geq \mu_2 > 0.$$

$$f) \quad p < 0, \quad r = 0$$

Tem-se duas raízes reais, onde

$$\mu_1 = q/p < 0 \quad e \quad \mu_2 = 0.$$

A solução da inequação fica:

$$\mu \leq \mu_1 \quad e \quad \mu \geq 0$$

$$g) \quad p < 0, \quad r < 0$$

A natureza das raízes dependerá do valor do discriminante (Δ).

$$g.1) \quad \Delta > 0$$

Neste caso as duas raízes são reais e negativas. A solução fica:

$$\mu \leq \mu_1 \quad e \quad \mu \geq \mu_2$$

$$g.2) \quad \Delta = 0$$

Tem-se duas raízes reais e iguais ($\mu_1 = \mu_2$)

$$g.3) \quad \Delta < 0$$

A inequação não apresenta raízes reais.

No nosso caso interessam intervalos que incluam sômente valores de \sqrt{X} positivos, que, no caso de experimentos de adubação correspondem às dosagens que proporcionam as produções máximas.

Seja, por exemplo, um intervalo do tipo $\mu \leq \mu_1$ e $\mu \geq \mu_2$, onde μ é a dose econômica estimada. Considera-se \sqrt{X} (positivo) pertencente ao sub-intervalo $\mu \leq \mu_1$. Neste intervalo tem-se $\hat{b} > 0$ e $\hat{c} < 0$; condições necessárias e suficientes para a existência de máximo. Neste caso, o sub-intervalo $\mu \geq \mu_2$ contém pontos que não solucionam o problema e portanto deve ser eliminado. D'AULISIO (1976), por exemplo, obteve intervalos do tipo $(-\infty, \infty)$; o que nada representa para o estudo em questão.

Usar-se-ã neste trabalho, outros intervalos de confiança, detalhado em Métodos.

4.6 - Simulação de Dados

A literatura referente à geração de variáveis aleatórias é ainda bastante escassa. BOX e MULLER (1958), entretanto apresentam um pequeno relato sobre o problema de simulação de erros normais casuais. Segundo eles, se duas variáveis casuais U_1 e U_2 são independentes e pertencentes a uma mesma função de densidade retangular no intervalo $(0, 1)$, tem-se que as variáveis

$$X_1 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \cos 2 \pi U_2$$

e

$$X_2 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \text{sen } 2 \pi U_2$$

são independentes e pertencentes a uma mesma distribuição normal de média zero e variância um.

D'AULISIO (1976) simulou 16.000 erros aleatórios no cálculo de pontos de máximo ou de mínimo da função quadrática.

Os dados (Y_i) foram gerados através da sub-rotina RANDU , e basearam-se na fórmula

$$Y_i = \frac{\sum_{i=1}^K X_i - K/2}{\sqrt{K/12}} \quad \text{com} \quad 0 < X < 1$$

onde X_i é uma variável aleatória de distribuição retangular; K é o número de valores X_i tomados dentro da distribuição retangular (considerou-se $K = 60$).

A variância dessa distribuição retangular é

$$V(X) = \int_0^1 [X - E(X)]^2 dX = 1/12$$

onde

$$E(X) = 0,5 .$$

Desse modo, tem-se:

$$V\left(\sum_{i=1}^K X_i\right) = K/12$$

e

$$\sigma \left(\sum_{i=1}^K x_i \right) = \sqrt{K/12}$$

Pouca informação tem-se sobre a precisão desses métodos. Todavia o método de BOX MULLER (1958) possui a vantagem de gerar simultaneamente pares de variáveis aleatórias.

5 - MATERIAL E MÉTODOS

5.1 - Material

Nos trabalhos de geração de erros aleatórios e cálculos mais complexos utilizou-se do computador IBM 1130, do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ). Para os cálculos mais simples, utilizaram-se calculadoras eletrônicas.

5.2 - Métodos

5.2.1 - Simulação de \sqrt{X}

No presente trabalho o método utilizado foi o da simulação de dados (APÊNDICE). Os valores obtidos \hat{b} e \hat{c} , relativos ao quociente

$$\sqrt{X} = \frac{-\hat{b}}{2\hat{c}}$$

foram simulados através do computador IBM-1130.

Inicialmente calcularam os valores dessas estimativas em um total de 536 ensaios na produção da cultura de algodão, realizados nos Estados do Paraná, Minas Gerais e Goiás, no período de 1970/75. Daí obtiveram-se as médias dessas estimativas, ($\hat{b} = 90,1713$ e $\hat{c} = -98,8947$), com variâncias relativas

$$V(\hat{c}) = 24,4532 V(\hat{b}) .$$

A partir desses valores reais geraram-se 20 séries com 100 erros aleatórios cada, relativos a cada uma das variâncias seguintes:

5,00	30,00
10,00	35,00
15,00	40,00
20,00	45,00
25,00	50,00

No caso de $\sigma^2 = 5,00$, por exemplo, simularam-se duas séries de 1.000 erros (e_1 e e_2) cada, onde e_1 e e_2 são normalmente distribuídos, com média zero e essa variância.

Os valores de e_2 foram multiplicados por $\sqrt{24,4532}$, obtendo-se então 1.000 erros $e_3 = \sqrt{24,4532} e_2$, de variância $\sigma^2 = 24,4532 \times 5,00$, e assim por diante. Desse modo, tomaram-se as estimativas

$$\hat{b} = 90,1713 + e_1$$

$$\hat{c} = -98,8947 + e_3$$

Daí geraram-se 1.000 pares dos valores \hat{b} e \hat{c} (em 10 grupos de 100 dados), relativos a cada variância.

Os intervalos de confiança das estimativas \hat{b} e \hat{c} , para cada uma dessas variâncias são:

σ^2	Intervalos de Confiança	
	\hat{b}	\hat{c}
5,00	$[\hat{b} - 4,4721 ; \hat{b} + 4,4721]$	$[\hat{c} - 4,4721 ; \hat{c} + 4,4721]$
10,00	$[\hat{b} - 6,3246 ; \hat{b} + 6,3246]$	$[\hat{c} - 6,3246 ; \hat{c} + 6,3246]$
15,00	$[\hat{b} - 7,7460 ; \hat{b} + 7,7460]$	$[\hat{c} - 7,7460 ; \hat{c} + 7,7460]$
20,00	$[\hat{b} - 8,9443 ; \hat{b} + 8,9443]$	$[\hat{c} - 8,9443 ; \hat{c} + 8,9443]$
25,00	$[\hat{b} - 10,0000 ; \hat{b} + 10,0000]$	$[\hat{c} - 10,0000 ; \hat{c} + 10,0000]$
30,00	$[\hat{b} - 10,9544 ; \hat{b} + 10,9544]$	$[\hat{c} - 10,9544 ; \hat{c} + 10,9544]$
35,00	$[\hat{b} - 11,8322 ; \hat{b} + 11,8322]$	$[\hat{c} - 11,8322 ; \hat{c} + 11,8322]$
40,00	$[\hat{b} - 12,6491 ; \hat{b} + 12,6491]$	$[\hat{c} - 12,6491 ; \hat{c} + 12,6491]$
45,00	$[\hat{b} - 13,4161 ; \hat{b} + 13,4161]$	$[\hat{c} - 13,4161 ; \hat{c} + 13,4161]$
50,00	$[\hat{b} - 14,1421 ; \hat{b} + 14,1421]$	$[\hat{c} - 14,1421 ; \hat{c} + 14,1421]$

Com intervalos de confiança tão curtos, certamente os valores gerados das estimativas \hat{b} serão sempre positivos e os gerados para \hat{c} serão sempre negativos, uma vez que

$$\hat{b} = 90,1713 + e_1 \quad \text{e} \quad \hat{c} = -98,8497 + e_3 .$$

Obtendo-se valores de \hat{b} positivos e de \hat{c} negativos, têm-se que o quociente

$$\sqrt{X} = \frac{\hat{b}}{-2\hat{c}} ,$$

satisfaz a condição de suficiência para a maximização da função do modelo com raiz quadrada.

5.2.2 - Variância de \sqrt{X}

Em cada série com 100 erros aleatórios gerados para as estimativas \hat{b} e \hat{c} , respectivamente, obtiveram-se 100 valores de \sqrt{X} , dado por

$$\sqrt{X} = \frac{\hat{b}}{-2\hat{c}} .$$

Cada série foi repetida 10 vezes, totalizando-se 1.000 valores das estatísticas \hat{b} , \hat{c} , \sqrt{X} . A seguir calcularam-se para cada série, as variâncias

$$V_1(\sqrt{X}) \quad \text{e} \quad V_2(\sqrt{X}) ,$$

onde

$$V_1(\sqrt{X}) = \frac{N \sum_{i=1}^N (\sqrt{X_i})^2 - \left(\sum_{i=1}^N \sqrt{X_i} \right)^2}{N - 1}$$

$$e \quad v_2 (\sqrt{X}) = \frac{1}{4} \left[\frac{v(\hat{b})}{\bar{c}^2} + \frac{\bar{b}^2}{\bar{c}^4} v(\hat{c}) \right] \quad \text{descrito no ítem 4.3}$$

onde, $v(\hat{b})$ e $v(\hat{c})$ são obtidos pelas fórmulas de variâncias usuais e \bar{b} e \bar{c} são as médias dessas estimativas em cada série com 100 erros aleatórios.

5.2.3 - Intervalos de Confiança para \sqrt{X}

Em cada série com 100 erros cada, calcularam-se os seguintes intervalos de confiança:

5.2.3.1 - Intervalos de confiança pelo método de FIELLER
(Descrito em 4.5)

5.2.3.2 - Intervalos de confiança utilizando-se as variâncias $v_1(\sqrt{X})$ e $v_2(\sqrt{X})$.

Estimam-se os extremos:

$$\sqrt{X} \pm t \sqrt{\hat{v}_1(\sqrt{X})} \quad \text{e} \quad \sqrt{X} \pm t \sqrt{\hat{v}_2(\sqrt{X})},$$

respectivamente, onde \sqrt{X} representa a média dos 100 valores de \sqrt{X} em cada série e $t = 2,00$.

5.2.3.3 - Intervalos de confiança empírico

O uso deste método baseia-se no fato de que os valores de \sqrt{X} para cada grupo de uma mesma variância seguem distribuição normal. Dessa maneira, obtém-se um intervalo de confiança

para os 1.000 valores de \sqrt{X} em cada grupo, ao nível de 5% de probabilidade, onde se consideraram os extremos como sendo o menor e o maior valor observado, após a eliminação dos 25 maiores e dos 25 menores.

Para o cálculo dos intervalos de confiança dos itens 5.2.3.1 e 5.2.3.2 em cada grupo de 1.000 dados, tomaram-se a média dos intervalos calculados em cada série com 100 valores.

5.2.4 - Histogramas de Frequência para \sqrt{X}

Construíram-se histogramas correspondentes à distribuição de frequência dos valores de \sqrt{X} nos 10 casos de variâncias estudadas.

Na construção dos histogramas, propriamente dito, consideraram-se apenas valores positivos de \sqrt{X} . Em cada série tomaram a amplitude total dos dados e dividiu-a em um total de 20 intervalos de classe com a mesma amplitude.

5.2.5 - Estimativa dos Coeficientes de Assimetria e de Curtose

Com os 100 valores de \sqrt{X} em cada série obtiveram-se estimativas do terceiro (μ_3) e do quarto (μ_4) momentos, dado por

$$\hat{\mu}_3 = \frac{\sum_{i=1}^N (\sqrt{X_i} - \sqrt{\bar{X}})^3}{N - 1} \quad \text{e} \quad \hat{\mu}_4 = \frac{\sum_{i=1}^N (\sqrt{X_i} - \sqrt{\bar{X}})^4}{N - 1}$$

onde $N = 100$ e $\sqrt{\bar{X}}$ a média dos valores de \sqrt{X} em cada série. Em seguida calcularam-se o μ_4 (esperado), que é o quarto momento que a distribuição teria, se os valores de \sqrt{X} fossem normalmente distribuídos.

$$\mu_4 \text{ (Esperado)} = 3 \sigma^4 .$$

Calcularam-se ainda as estimativas

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} \quad \text{e} \quad \hat{\gamma}_2 = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} - 3 .$$

É sabido que, se os dados de \sqrt{X} forem normalmente distribuídos, tem-se que $\hat{\gamma}_1 = \hat{\gamma}_2 = 0$.

Obtiveram-se $V(\hat{\gamma}_1)$ e $V(\hat{\gamma}_2)$ para aplicar a prova de t , onde

$$V(\hat{\gamma}_1) = \frac{6 N (N - 1)}{(N - 2)(N + 1)(N + 3)}$$

e

$$V(\hat{\gamma}_2) = \frac{24 N (N - 1)^2}{(N - 3)(N - 2)(N + 3)(N + 5)}$$

Daí, tem-se que:

$$t_{\gamma_1} = \frac{\hat{\gamma}_1 - 0}{\sqrt{V(\hat{\gamma}_1)}}$$

e

$$t_{\gamma_2} = \frac{\hat{\gamma}_2 - 0}{\sqrt{V(\hat{\gamma}_2)}}$$

6 - RESULTADOS

6.1 - Estatísticas da Distribuição de \sqrt{X}

Nos Quadros de 1 a 10 são apresentados os resultados dos dados estatísticos calculados para cada série com 100 dados. Dessa forma, cada quadro mostra dez repetições, resumindo estas - tísticas obtidas de 1.000 valores gerados.

Os quadros estão assim distribuídos:

Coluna 1 : $\hat{V}(\hat{c})$, estimada pela fórmula usual (ítem 5.2.2).

Coluna 2 : Média de \hat{c} , obtida de 1.000 dados.

Coluna 3 : $\hat{V}(\hat{b})$, estimada pela fórmula usual (ítem 5.2.2).

Coluna 4 : Média de \hat{b} , obtida de 1.000 dados.

- Coluna 5 : Média de \sqrt{X} , obtida de 1.000 dados.
- Coluna 6 : $\hat{V}_1 (\sqrt{X})$, estimada de acordo com o ítem 5.2.2.
- Coluna 7 : $\hat{V}_2 (\sqrt{X})$, estimada de acordo com o ítem 5.2.2.
- Coluna 8 : $\hat{\mu}_3$, estimada de acordo com o ítem 5.2.5.
- Coluna 9 : $\hat{\mu}_4$, estimada de acordo com o ítem 5.2.5.
- Coluna 10: $\hat{\mu}_4$ (Esperado), estimada de acordo com o ítem 5.2.5.
- Coluna 11: $\hat{\gamma}_1$, estimada de acordo com o ítem 5.2.5.
- Coluna 12: $\hat{\gamma}_2$, estimada de acordo com o ítem 5.2.5.
- Coluna 13: Prova de \underline{t} aplicado a $\hat{\gamma}_1$, tomado em valor absoluto.
- Coluna 14: Prova de \underline{t} aplicado a $\hat{\gamma}_2$, tomado em valor absoluto.

6.2 - Histogramas de Frequência de \sqrt{X}

Nos Gráficos de 1 a 10 são apresentados os histogramas de frequência de \sqrt{X} . Cada gráfico mostra o resultado de 1.000 valores de \sqrt{X} , onde consideraram-se 20 intervalos de classe com a mesma amplitude.

Os gráficos estão assim distribuídos:

Gráfico 1 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 5,00$ e média = 0,4620.

- Gráfico 2 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 10,00$ e média = 0,4687.
- Gráfico 3 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 15,00$ e média = 0,4759.
- Gráfico 4 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 20,00$ e média = 0,4840.
- Gráfico 5 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 25,00$ e média = 0,4930.
- Gráfico 6 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 30,00$ e média = 0,5168.
- Gráfico 7 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 35,00$ e média = 0,5168.
- Gráfico 8 : Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 40,00$ e média = 0,5358.
- Gráfico 9 : Histograma de frequência de 997 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 45,00$ e média = 0,5110.

Gráfico 10 : Histograma de frequência de 997 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 50,00$ e média = 0,6002

6.3 - Intervalos de Confiança para \sqrt{X}

O Quadro 11 apresenta os resultados dos intervalos de confiança relativos ao ponto de máximo ou de mínimo. Cada linha, resume os valores desses intervalos relativos a cada variância teórica para 1.000 valores de \sqrt{X} .

Neste quadro tem-se:

- Coluna 1 : Valores de σ^2 estudados.
- Coluna 2 : Intervalo de confiança estimado de acordo com item 5.2.3.1.
- Coluna 3 : Intervalo de confiança obtido empiricamente de acordo com item 5.2.3.3.
- Coluna 4 : Intervalo de confiança obtido através da variância usual $V_1(\sqrt{X})$, calculada de acordo com item 5.2.3.2.
- Coluna 5 : Intervalo de confiança calculado através da variância $V_2(\sqrt{X})$, de acordo com o item 5.2.3.2.
- Coluna 6 : Médias de \sqrt{X} , obtidas com 1.000 dados.

6.4 - Coefficientes de Variação das Estatísticas \hat{b} e \hat{c}

O Quadro 12 apresenta os coeficientes de variação das estatísticas \hat{b} e \hat{c} obtidas através de 1.000 valores ca da.

QUADRO 1 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 5,00$

\bar{v} (s)	\bar{c}	σ (s)	b	\hat{v}_1 ($\sqrt{\pi}$)	$\sqrt{\pi}$	\hat{v}_2 ($\sqrt{\pi}$)	\hat{u}_3	\hat{v}_4	$\frac{\hat{u}_4}{\text{(Esperado)}}$	\hat{v}_1	\hat{v}_1	t calculado	
												\hat{v}_1	\hat{v}_2
135,1204	- 98,7777	6,0206	90,3361	0,0035	0,4639	0,0030	0,000094	0,000009	0,000016	0,4700	- 2,2500	1,9470	4,7042 **
121,3097	- 99,1576	4,2899	90,2492	0,0026	0,4605	0,0026	0,000052	0,000011	0,000021	0,5200	- 1,4286	2,1541 *	2,9868 **
108,8212	- 98,6675	3,7729	90,0124	0,0028	0,4616	0,0024	0,000087	0,000008	0,000024	0,5878	- 2,0600	2,4350 *	4,1815 **
136,5325	- 98,0384	4,5705	90,0854	0,0036	0,4662	0,0031	0,000055	0,000015	0,000039	0,2546	- 1,8462	1,0547	3,8749 **
136,1473	- 98,9623	4,4940	90,0587	0,0033	0,4615	0,0029	0,000077	0,000016	0,000033	0,4053	- 1,5455	1,6790	3,2312 **
122,1325	- 98,7984	5,9093	90,1718	0,0031	0,4623	0,0027	0,000042	0,000007	0,000030	0,2428	- 2,3060	1,0058	4,8097 **
121,7659	- 99,4751	4,4875	90,3650	0,0032	0,4604	0,0028	0,000082	0,000014	0,000030	0,4530	- 1,6300	1,8766	3,3452 **
124,9125	- 99,4594	6,1623	90,2081	0,0029	0,4593	0,0027	0,000053	0,000014	0,000024	0,3397	- 1,2500	1,4072	2,6234 *
134,2994	- 98,8997	4,5436	90,0014	0,0030	0,4612	0,0029	0,000066	0,000009	0,000027	0,4024	- 2,0000	1,6669	4,1815 *
120,1261	- 98,3401	4,3462	90,0345	0,0028	0,4634	0,0027	0,000009	0,000013	0,000024	0,0608	- 0,0001	0,2519	0,0002

QUADRO 2 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 10,00$

\bar{v} (\bar{c})	\bar{c}	\bar{v} (\bar{b})	\bar{b}	\bar{v}_1 (\sqrt{x})	\sqrt{x}	\bar{v}_2 (\sqrt{x})	\bar{v}_3	\bar{u}_4	\bar{u}_4 (esperado)	\bar{v}_1	\bar{v}_2	t calculado	
												\bar{v}_1	\bar{v}_2
270,2097	- 98,7294	12,0094	90,4045	0,0077	0,4715	0,0061	0,0005	0,0002	0,0001	0,8539	0,7888	3,5367 **	1,6490
272,5676	- 99,2667	8,5458	90,2816	0,0057	0,4660	0,0053	0,0002	0,0001	0,0001	0,6094	0,1464	2,5240 *	0,3060
217,6062	- 98,5453	7,5278	89,9467	0,0066	0,4678	0,0048	0,0007	0,0002	0,0001	1,3473	2,7165	5,5799 **	5,5792 **
273,0167	- 97,6840	9,0791	90,0501	0,0084	0,4754	0,0063	0,0009	0,0004	0,0002	1,2436	2,7004	2,1506 **	5,6456 **
272,2196	- 98,9906	8,9675	90,0122	0,0074	0,4682	0,0059	0,0006	0,0002	0,0001	1,0155	1,2857	4,2057 **	2,6880 **
244,2438	- 98,7586	11,7826	90,1722	0,0069	0,4689	0,0055	0,0004	0,0001	0,0001	0,7929	0,6949	3,2819 **	1,4528
263,5034	- 99,7155	8,9506	90,4454	0,0072	0,4666	0,0056	0,0007	0,0003	0,0001	1,1632	2,9604	4,8177 **	6,1892 **
249,7792	- 99,6935	12,2665	90,2236	0,0065	0,4645	0,0054	0,0005	0,0001	0,0001	0,9453	0,3649	3,9153 **	0,7630
268,5307	- 98,9020	9,0708	89,9311	0,0069	0,4676	0,0059	0,0006	0,0002	0,0001	1,1440	2,0105	4,7382 **	4,2033 **
240,1932	- 98,1106	6,6402	89,9780	0,0061	0,4702	0,0054	0,0003	0,0001	0,0001	0,7791	1,2187	3,2268 **	2,5480 *

QUADRO 3 - Resumo de estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 15,00$

\bar{v} (\bar{c})	\bar{c}	$\hat{\theta}$ ($\hat{\theta}$)	$\hat{\delta}$	\hat{v}_1 ($\sqrt{\hat{x}}$)	$\sqrt{\hat{x}}$	\hat{v}_2 ($\sqrt{\hat{x}}$)	\hat{v}_3	\hat{v}_4	\hat{v}_4 (Esperado)	\hat{v}_1	\hat{v}_2	t calculado	
												\hat{v}_1	\hat{v}_2
405,2887	- 98,6924	18,0063	90,4570	0,0129	0,4797	0,0092	0,0016	0,0007	0,0005	1,1161	1,5384	4,6224 **	3,2163 **
363,5547	- 99,3505	12,7853	90,3065	0,0093	0,4719	0,0079	0,0007	0,0003	0,0002	0,8178	0,4922	3,3870 **	1,0291
326,3825	- 98,4669	11,2871	89,8962	0,0114	0,4747	0,0073	0,0021	0,0009	0,0003	1,7171	4,3935	7,1116 **	9,1852 **
409,5069	- 97,4120	13,5828	90,0231	0,0150	0,4853	0,0095	0,0031	0,0016	0,0006	1,6853	4,3471	6,9800 **	9,0881 **
408,2989	- 99,0123	13,6254	89,9766	0,0126	0,4756	0,0089	0,0018	0,0008	0,0004	1,3145	2,4033	5,4444 **	5,0243 **
366,3291	- 98,7281	17,6585	90,1725	0,0114	0,4759	0,0082	0,0012	0,0005	0,0003	1,2534	1,4281	4,3631 **	2,9856 **
395,2114	- 99,9002	13,4216	90,5071	0,0127	0,4736	0,0084	0,0024	0,0014	0,0004	1,7397	5,9360	7,2052 **	12,4000 **
374,6643	- 99,8731	18,3891	90,2354	0,0109	0,4705	0,0081	0,0012	0,0004	0,0003	1,1304	0,8316	4,6818 **	1,7385
402,7806	- 98,9038	13,5814	89,8772	0,0120	0,4748	0,0088	0,0020	0,0009	0,0004	1,5309	3,7803	6,3403 **	7,9032 **
360,2625	- 97,9346	12,9591	89,9346	0,0102	0,4772	0,0082	0,0011	0,0005	0,0003	1,1077	2,2413	4,5878 **	4,6856 **

QUADRO 4 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 20,00$

\bar{v} (C)	\bar{c}	\bar{v} (S)	\bar{b}	\hat{v}_1 (\sqrt{X})	\sqrt{X}	\hat{v}_2 (\sqrt{X})	\hat{v}_3	\hat{v}_4	\hat{v}_4 (Esperado)	\hat{v}_1	\hat{v}_2	t calculado	
												\hat{v}_1	\hat{v}_2
560,3667	- 98,6612	24,0260	90,5010	0,0194	0,4884	0,0112	0,0037	0,0020	0,0011	1,3766	2,4625	5,7014 **	5,1422 **
485,0791	- 99,4211	17,0665	90,3274	0,0135	0,4782	0,0105	0,0015	0,0007	0,0005	1,0089	0,9042	4,1787 **	1,8904
435,1591	- 98,4007	15,0339	89,8537	0,0180	0,4824	0,0097	0,0051	0,0031	0,0009	2,1174	6,6053	8,7694 **	13,8091 **
545,9949	- 97,1827	18,1385	90,0000	0,0245	0,4964	0,0128	0,0082	0,0057	0,0018	2,1410	6,4429	8,8672 **	13,4696 **
544,4000	- 99,0305	17,9144	89,9464	0,0193	0,4839	0,0119	0,0043	0,0025	0,0011	1,6330	3,8441	6,7653 **	8,0317 **
488,4102	- 98,7025	23,5409	90,1727	0,0170	0,4835	0,0110	0,0029	0,0015	0,0008	1,3178	2,3672	5,4578 **	4,9490 **
526,9304	-100,0558	17,9030	90,5590	0,0207	0,4818	0,0112	0,0073	0,0059	0,0012	2,4738	10,8600	10,2458 **	22,7061 **
499,5267	-100,0245	24,5219	90,2453	0,0162	0,4772	0,0107	0,0027	0,0011	0,0007	1,3098	1,3863	5,4249 **	2,8992 **
557,0294	- 98,9053	18,1124	89,8317	0,0188	0,4829	0,0117	0,0051	0,0033	0,0010	1,9896	6,4973	8,2402 **	13,5653 **
480,3406	- 97,7861	17,2792	89,8980	0,0153	0,4848	0,0110	0,0027	0,0015	0,0007	1,4515	3,6421	6,0115 **	7,6163 **

QUADRO 5 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 25,00$

\bar{V} (G)	\bar{c}	\bar{V} (b)	\bar{b}	$\hat{V}_1(\sqrt{X})$	\sqrt{X}	$\hat{V}_2(\sqrt{X})$	\hat{V}_3	\hat{V}_4 (Separado)	\hat{V}_1	\hat{V}_2	\hat{V}_1	\hat{V}_2	t calculado
675,4571	- 98,6336	29,9906	90,5402	0,0277	0,4980	0,0153	0,0076	0,0051	0,0023	1,6510	3,6242	6,8377 **	7,5769 **
606,3374	- 99,4833	21,2921	90,3460	0,0186	0,4851	0,0131	0,0030	0,0015	0,0010	1,1943	1,3924	4,9465 **	2,9110 **
543,9279	- 98,3425	18,7587	89,8164	0,0273	0,4912	0,0122	0,0116	0,0094	0,0022	2,5796	9,6400	10,6837 **	20,1535 **
682,5035	- 96,9805	22,6390	89,9800	0,0391	0,5093	0,0162	0,0203	0,0185	0,0045	2,6362	9,1283	10,9180 **	19,0837 **
680,4750	- 99,0666	22,3650	89,9200	0,0282	0,4931	0,0148	0,0094	0,0069	0,0023	1,9907	5,7327	8,2448 **	11,9848 **
610,5146	- 98,6798	29,4090	90,1730	0,0241	0,4918	0,0138	0,0060	0,0038	0,0017	1,6034	3,6073	6,6409 **	7,5415 **
658,6685	-100,1929	22,3449	90,6050	0,0341	0,4919	0,0139	0,0219	0,0258	0,0034	3,4740	19,1701	14,3681 **	40,0771 **
624,3950	-100,1580	30,6168	90,2543	0,0228	0,4647	0,0133	0,0051	0,0026	0,0015	1,4969	2,0768	6,1997 **	4,3618 **
671,2600	- 98,9067	22,6242	89,7917	0,0288	0,4923	0,0147	0,0126	0,0115	0,0024	2,5855	10,8439	10,7083 **	22,6704 **
600,4077	- 97,6553	21,5717	89,8659	0,0220	0,4930	0,0138	0,0060	0,0041	0,0014	1,8346	5,5439	7,5984 **	11,5902 **

QUADRO 6 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 30,00$

\bar{v} (G)	\bar{c}	\bar{v} (S)	δ	$\hat{v}_1(\sqrt{X})$	$\sqrt{\bar{X}}$	$\hat{v}_2(\sqrt{X})$	\bar{u}_3	\bar{u}_4	\bar{u}_4 (Separado)	\hat{v}_1	\hat{v}_2	t calculado	
												\hat{v}_1	\hat{v}_2
810,5371	- 98,6087	35,9843	90,5754	0,0307	0,5086	0,0185	0,0149	0,0122	0,0045	1,9526	5,1173	8,0868 **	10,6983 **
727,6080	- 99,5395	25,5629	90,3627	0,0249	0,4927	0,0157	0,0034	0,0030	0,0018	1,3814	1,9776	5,7214 **	4,1344 **
652,6982	- 98,2899	22,5042	89,7826	0,0412	0,5015	0,0146	0,0263	0,0289	0,0051	3,1425	13,9677	13,0510 **	29,2010 **
818,9641	- 96,7980	27,1728	89,9617	0,0631	0,5251	0,0195	0,0506	0,0623	0,0119	3,1933	12,6263	13,2254 **	26,3967 **
816,5634	- 99,0612	26,8357	89,8961	0,0407	0,5037	0,0178	0,0197	0,0186	0,0049	2,4070	8,2434	9,9688 **	17,2337 **
732,5930	- 98,6595	35,2708	90,1732	0,0334	0,5010	0,0166	0,0118	0,0092	0,0033	1,9277	5,3098	7,9922 **	11,1007 **
790,3780	-100,3169	26,7943	90,6465	0,0614	0,5052	0,0166	0,0741	0,1360	0,0113	4,8736	33,0944	20,1845 **	69,1874 **
749,2556	-100,2786	36,7330	90,2622	0,0312	0,4931	0,0160	0,0094	0,0058	0,0029	1,7039	2,9786	7,0571 **	6,2270 **
805,5134	- 98,9078	27,1377	89,7556	0,0448	0,5035	0,0176	0,0323	0,0421	0,0060	3,4100	18,0081	14,1266 **	37,6479 **
720,4797	- 97,5370	25,8832	89,8368	0,0312	0,5022	0,0167	0,0125	0,0108	0,0029	2,2783	8,1214	9,4360 **	16,9788 **

QUADRO 7 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 35,00$

\bar{y} (c)	\bar{c}	φ (b)	\bar{b}	\bar{y}_1 (\sqrt{X})	\sqrt{X}	\bar{y}_2 (\sqrt{X})	\bar{y}_3	\bar{u}_4	\bar{u}_4 (Esperado)	\bar{y}_1	\bar{y}_2	t calculado	
												\bar{y}_1	\bar{y}_2
945,6037	- 98,5859	41,9787	90,6078	0,0537	0,5206	0,0216	0,0086	0,0291	0,0086	2,2970	7,0888	9,5134 **	14,8198 **
848,8500	- 99,5912	29,8170	90,3780	0,0326	0,5009	0,0183	0,0093	0,0060	0,0032	1,5769	2,6938	1,5769	2,6938 **
761,4740	- 98,2415	26,2607	89,7514	0,0641	0,5141	0,0171	0,0626	0,0960	0,0123	3,8621	20,3803	15,9951 **	42,6037 **
955,4475	- 96,6301	31,6858	89,9450	0,1078	0,5454	0,0230	0,1361	0,2369	0,0349	3,8422	17,3583	15,9129 **	36,2894 **
952,6563	- 99,0745	31,3019	89,8740	0,0591	0,5161	0,0207	0,0417	0,0511	0,0104	2,9039	11,6264	12,0268 **	24,3063 **
854,6940	- 98,6406	41,1380	90,1734	0,0461	0,5114	0,0194	0,0230	0,0229	0,0063	2,3230	7,7539	9,6209 **	16,2104 **
922,0938	-100,4309	31,2725	90,6845	0,1388	0,5260	0,0194	0,3492	1,1128	0,0578	6,7502	54,7116	27,9566 **	114,3805 **
874,1478	-100,3894	42,8507	90,7695	0,0423	0,5027	0,0185	0,0169	0,0129	0,0053	1,9465	4,2195	8,0617 **	8,8214 **
939,7530	- 98,9089	31,6450	89,7223	0,0748	0,5179	0,0205	0,0940	0,1843	0,0168	4,5906	29,8769	19,0124 **	62,4609 **
840,5567	- 97,4283	30,1880	89,8100	0,0443	0,5126	0,0196	0,0261	0,0287	0,0059	2,8047	11,6172	11,6158 **	24,2870 **

QUADRO 8 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 40,00$

$\hat{v}(\hat{e})$	\hat{c}	$\hat{\theta}(\hat{\theta})$	\hat{b}	$\hat{\varphi}_1(\sqrt{x})$	$\sqrt{\hat{x}}$	$\hat{\varphi}_2(\sqrt{x})$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\mu}_4$	$\hat{\mu}_4$ (esperado)	\hat{y}_1	\hat{y}_2	t calculado	
												\hat{y}_1	\hat{y}_2
1080,6801	- 98,5647	47,9643	90,6380	0,0753	0,5344	0,0267	0,0559	0,0725	0,0170	2,7059	9,7805	11,2070 **	20,4472 **
970,1199	- 99,6393	34,0878	90,3923	0,0425	0,5101	0,0209	0,0156	0,0119	0,0054	1,7882	3,5940	7,4060 **	7,5137 **
870,2507	- 98,1964	29,9982	89,7225	0,1070	0,5305	0,0196	0,1688	0,3804	0,0343	4,8220	30,2076	19,9709 **	63,1572 **
1091,9438	- 96,4737	36,2081	89,9294	0,2085	0,5748	0,0264	0,4421	1,1886	0,1304	4,6635	24,3343	19,2315 **	50,6734 **
1088,7470	- 99,0869	35,7661	88,8535	0,0886	0,5312	0,0237	0,0926	0,1513	0,0235	3,5087	16,2535	14,5319 **	33,9796 **
976,7864	- 98,6231	47,0115	90,1736	0,0646	0,5234	0,0221	0,0463	0,0602	0,0125	2,8243	11,4394	11,6971 **	23,9152 **
1053,6278	-100,5369	35,7352	90,7200	0,5949	0,5759	0,0221	4,0380	29,6705	1,0619	8,7988	80,8177	36,4410 **	166,5580 **
998,9917	-100,4928	48,9613	90,2764	0,0575	0,5137	0,0211	0,0310	0,0299	0,0099	2,2486	6,0319	9,3129 **	12,6105 **
1074,0036	- 98,9099	36,1714	89,6913	0,1488	0,5386	0,0234	0,3580	1,1428	0,0644	6,2347	48,5844	25,8215 **	101,5708 **
960,6351	- 97,3271	34,5032	89,7851	0,0647	0,5249	0,0224	0,0566	0,0812	0,0125	3,4374	16,3613	14,2365 **	34,2051 **

QUADRO 9 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 45,00$

\bar{v} (c)	\bar{c}	\bar{v} (b)	δ	$\bar{v}_1 (\sqrt{X})$	\sqrt{X}	$\bar{v}_2 (\sqrt{X})$	\bar{v}_3	\bar{u}_4	\bar{v}_4 (Esperado)	\bar{v}_1	\bar{v}_2	t calculado	
												\bar{v}_1	\bar{v}_2
1215,7763	- 98,5446	53,9767	90,6663	0,1083	0,5509	0,0278	0,1145	0,1949	0,0352	3,2124	13,6116	13,3046 **	28,4566 **
1091,3781	- 99,6845	38,3532	90,4056	0,0554	0,5204	0,0235	0,0264	0,0238	0,0092	2,0253	4,7658	8,3881 **	9,9634 **
979,0390	- 98,1540	33,7616	89,6952	0,2089	0,5545	0,0220	0,5859	2,1157	0,1309	6,1342	45,4569	25,4054 **	95,0325 **
1228,4453	- 96,3268	40,7467	89,9147	0,5374	0,6271	0,0299	2,2805	11,5134	0,8663	5,7888	36,8667	23,9749 **	77,0737 **
1224,8251	- 99,0986	40,2448	89,8342	0,1418	0,5506	0,0266	0,2273	0,5171	0,0603	4,2581	22,7196	17,6356 **	47,4977 **
1058,8830	- 98,6066	52,9107	90,1737	0,0939	0,5379	0,0249	0,1008	0,1789	0,0264	3,5015	17,2811	14,5070 **	36,1279 **
1123,8796	-100,5897	55,1068	90,2826	0,0798	0,5268	0,0237	0,0597	0,0755	0,0191	2,6509	8,8611	10,9789 **	18,5251 **
1208,2570	- 98,9108	40,6920	89,6622	0,4537	0,5786	0,0264	2,5101	15,7035	0,6177	8,2117	73,2622	34,0096 **	153,1623 **
1080,6977	- 97,2321	38,8279	89,7616	0,0999	0,5402	0,0253	0,1328	0,2580	0,0299	4,2026	22,8198	17,4055 **	47,7072 **

QUADRO 10 - Resumo das estatísticas obtidas para $\sigma^2 = 50,00$

\bar{v} (c)	\bar{c}	v (s)	\bar{b}	$v_1 (\sqrt{x})$	\sqrt{x}	$\bar{v}_2 (\sqrt{x})$	\bar{v}_3	\bar{v}_4	\bar{u}_4 (Esperado)	\bar{v}_1	\bar{v}_2	t calculado		
												\bar{v}_1	\bar{v}_2	
1350,8684	- 98,5256	59,9619	90,6931	0,1642	0,5713	0,0310	0,2576	0,6030	0,0809	3,8714	19,3552	16,0339	**	40,4642
1212,6325	- 99,7272	42,5742	90,4185	0,0728	0,5322	0,0261	0,0453	0,0496	0,0159	2,3029	6,3551	9,5379	**	13,2860
1087,7998	- 98,1141	37,4969	89,6695	0,5937	0,5998	0,0245	3,5952	24,9209	1,0575	7,8586	67,6958	32,5671	**	141,5252
1366,9162	- 96,1060	45,2481	89,9009	4,2035	0,8093	0,0334	70,3182	1291,2033	53,0100	8,1590	70,0731	33,7914	**	146,4952
1360,9174	- 99,1097	44,7026	89,8161	0,2565	0,5779	0,0295	0,6767	2,3114	0,1974	5,2092	32,1274	21,5745	**	67,1657
1220,9824	- 98,5910	58,7612	90,1739	0,1476	0,5563	0,0277	0,2533	0,6522	0,0654	4,4646	26,9182	18,4907	**	56,2754
1317,2520	-100,7309	44,6537	90,7848	0,7296	0,4409	0,0274	- 5,1062	41,6650	1,5970	- 8,1931	75,2650	-33,9324	**	157,3999
1248,7519	-100,6814	61,2008	90,2888	0,1156	0,5429	0,0262	0,1268	0,2220	0,0400	3,2271	13,6114	13,3654	**	28,4562
1347,5004	- 98,9117	45,2139	89,6347	8,1813	0,8107	0,0293	226,5610	6391,2148	200,8012	9,6817	92,4856	40,0975	**	193,3510

GRÁFICO 1 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 5,00$ e média = 0,4620.

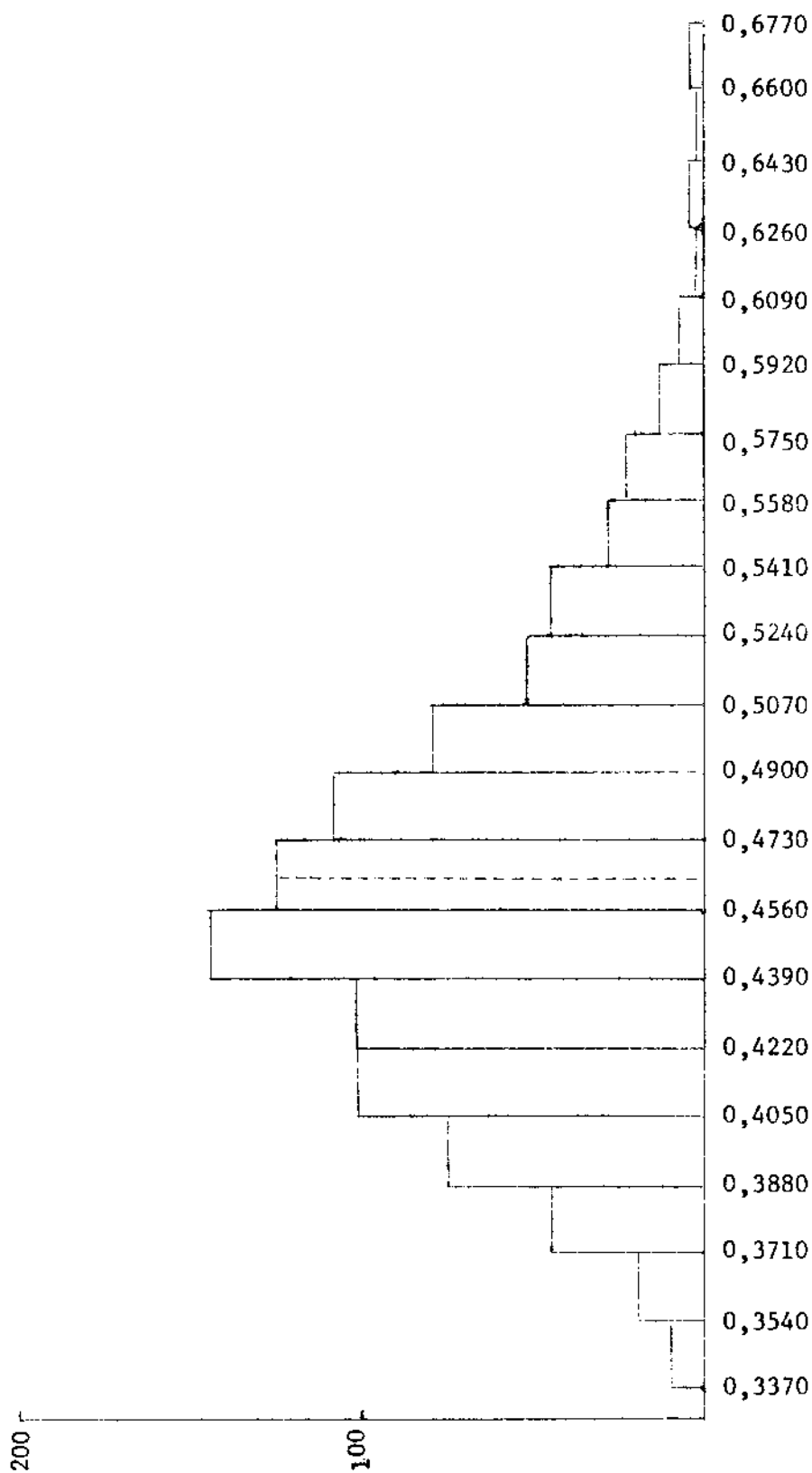


GRÁFICO 2 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância

$\sigma^2 = 10,00$ e média = 0,4687

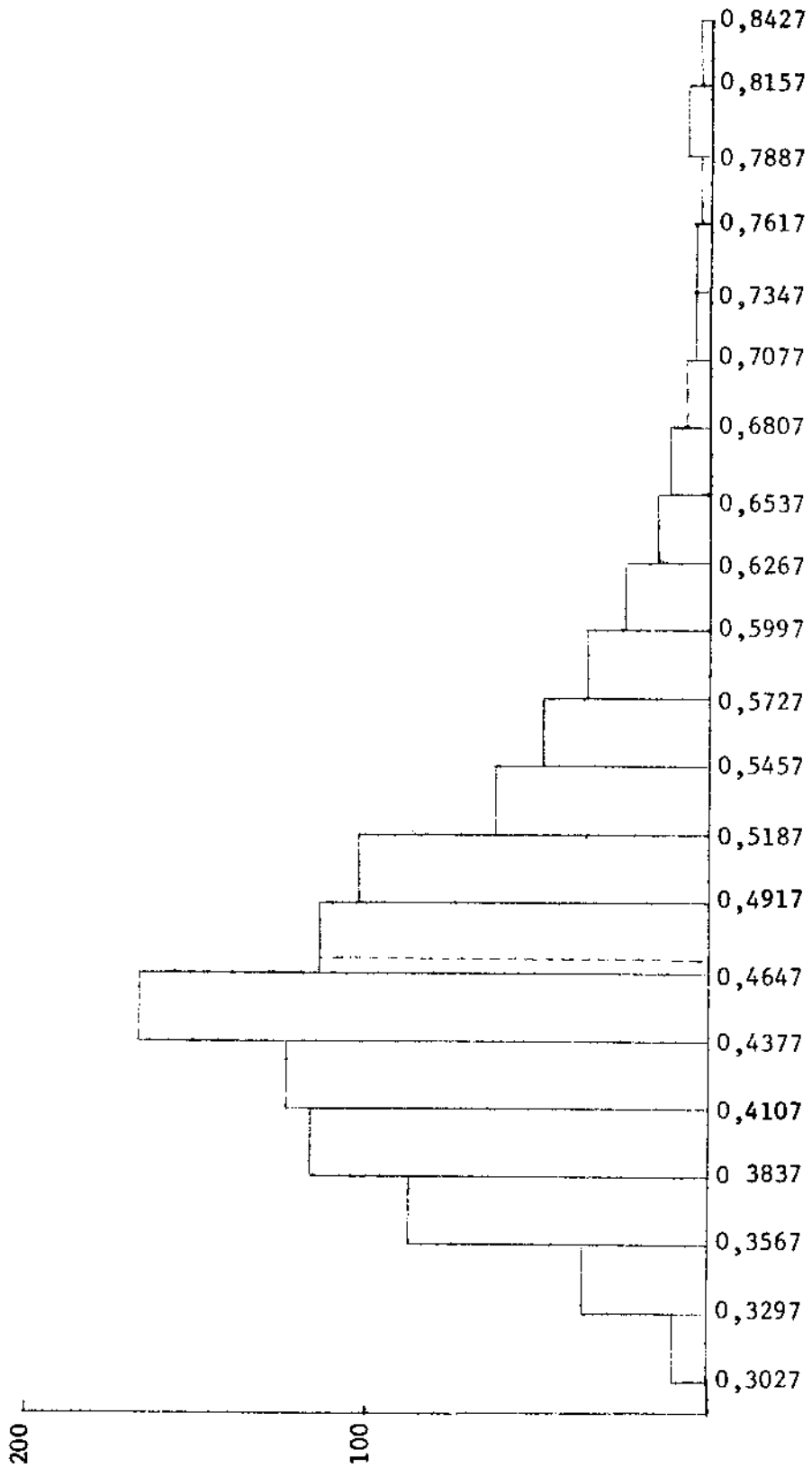


GRÁFICO 3 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} relativos à variância

$\sigma^2 = 15,00$ e média = 0,4759

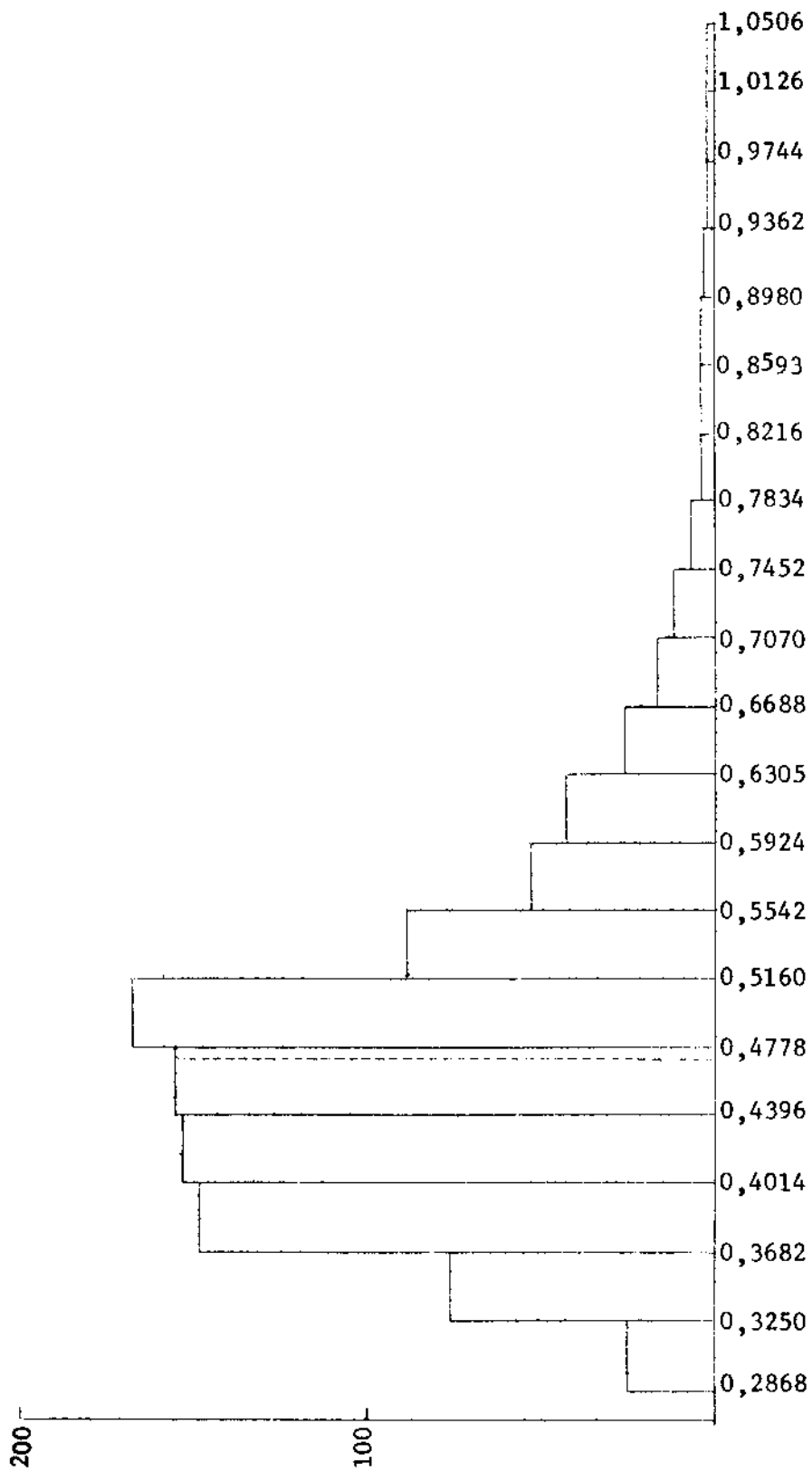


GRÁFICO 4 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância

$\sigma^2 = 20,00$ e média = 0,4840

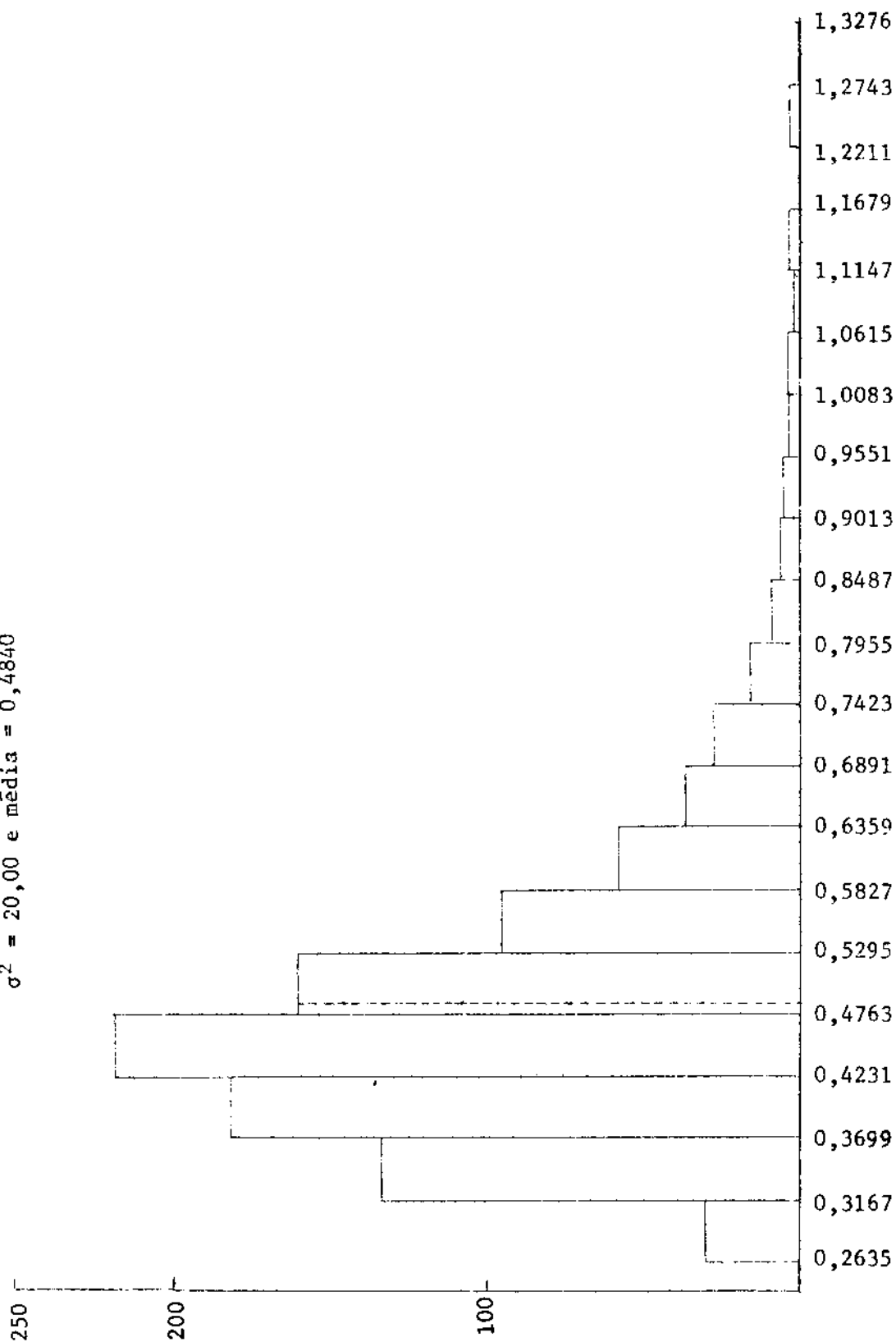


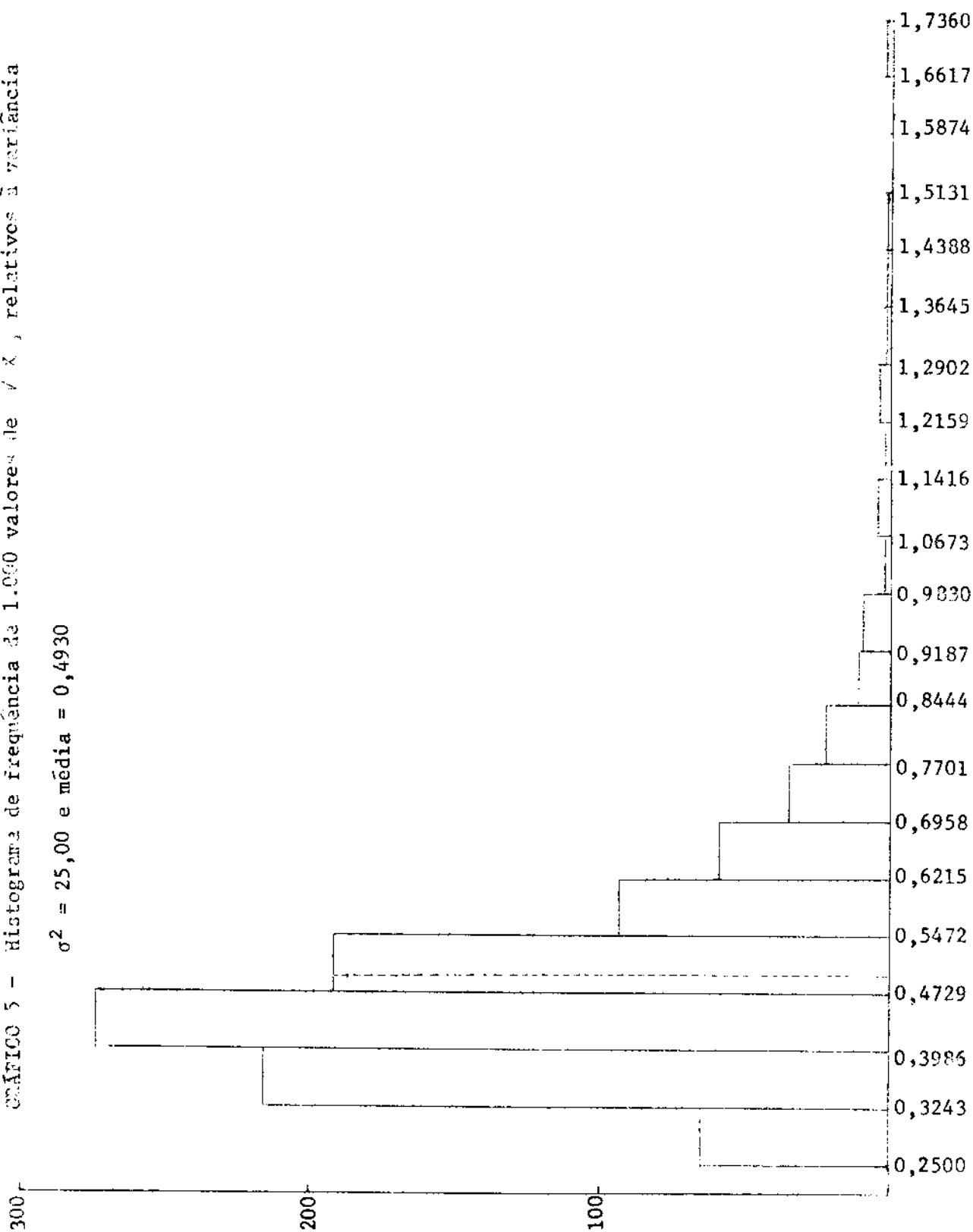
GRÁFICO 5 - Histograma de frequência de 1.000 valores de $\sqrt{\bar{x}}$, relativos à variância $\sigma^2 = 25,00$ e média = 0,4930

GRÁFICO 6 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 30,00$ e média = 0,5168

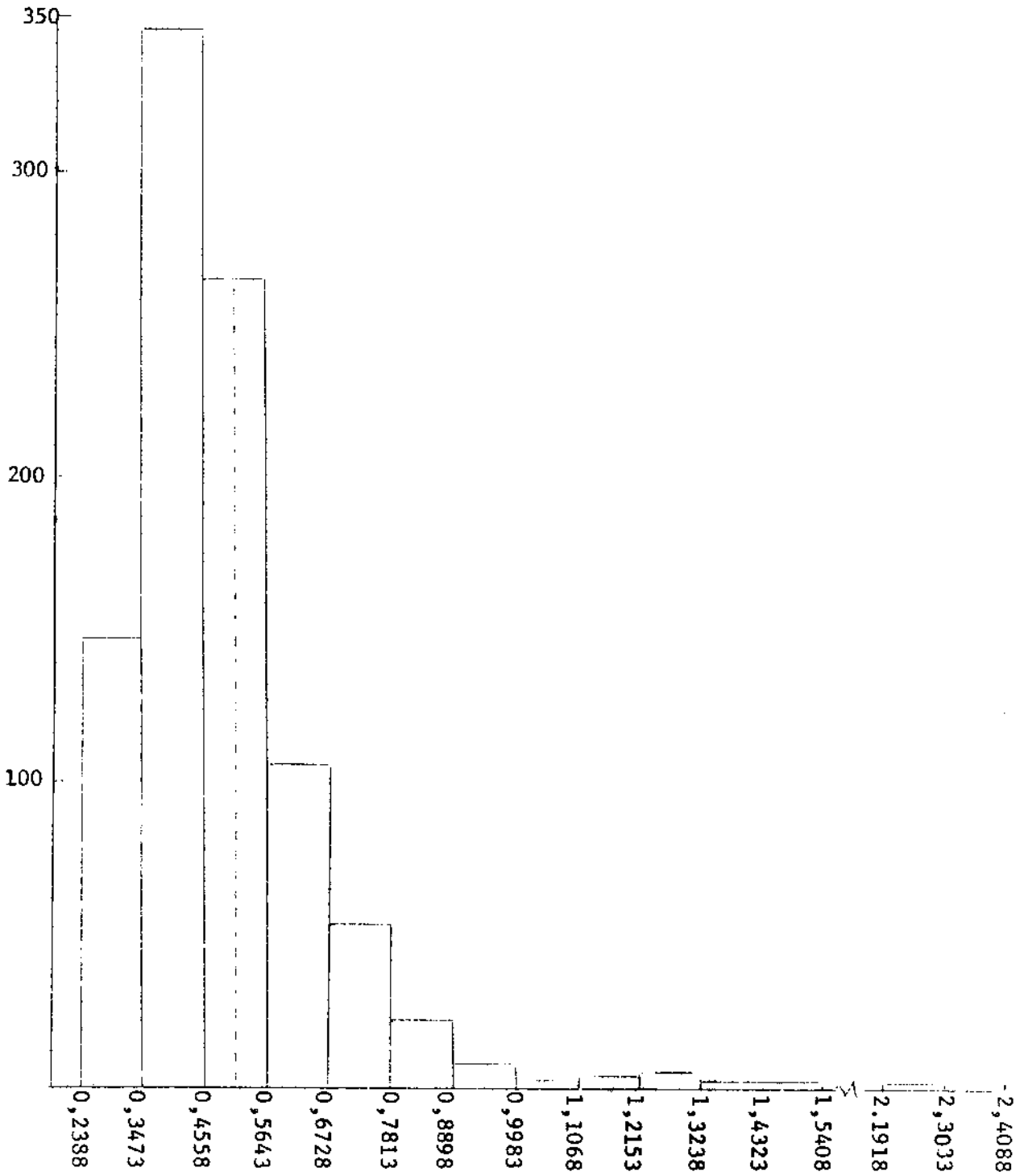


GRÁFICO 7 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 35,00$ e média = 0,5168.

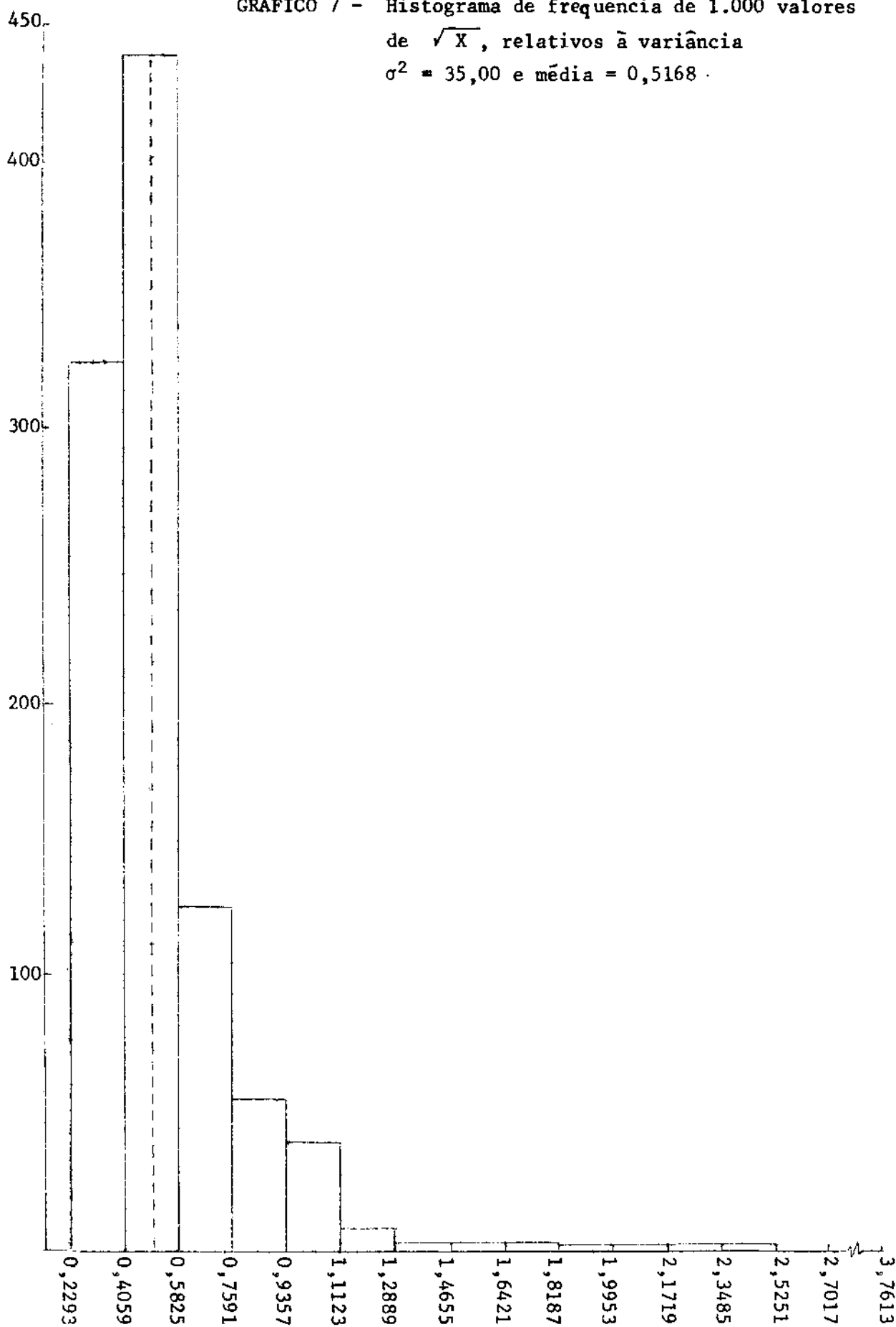


GRÁFICO 8 - Histograma de frequência de 1.000 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 45,00$ e média = 0,5358

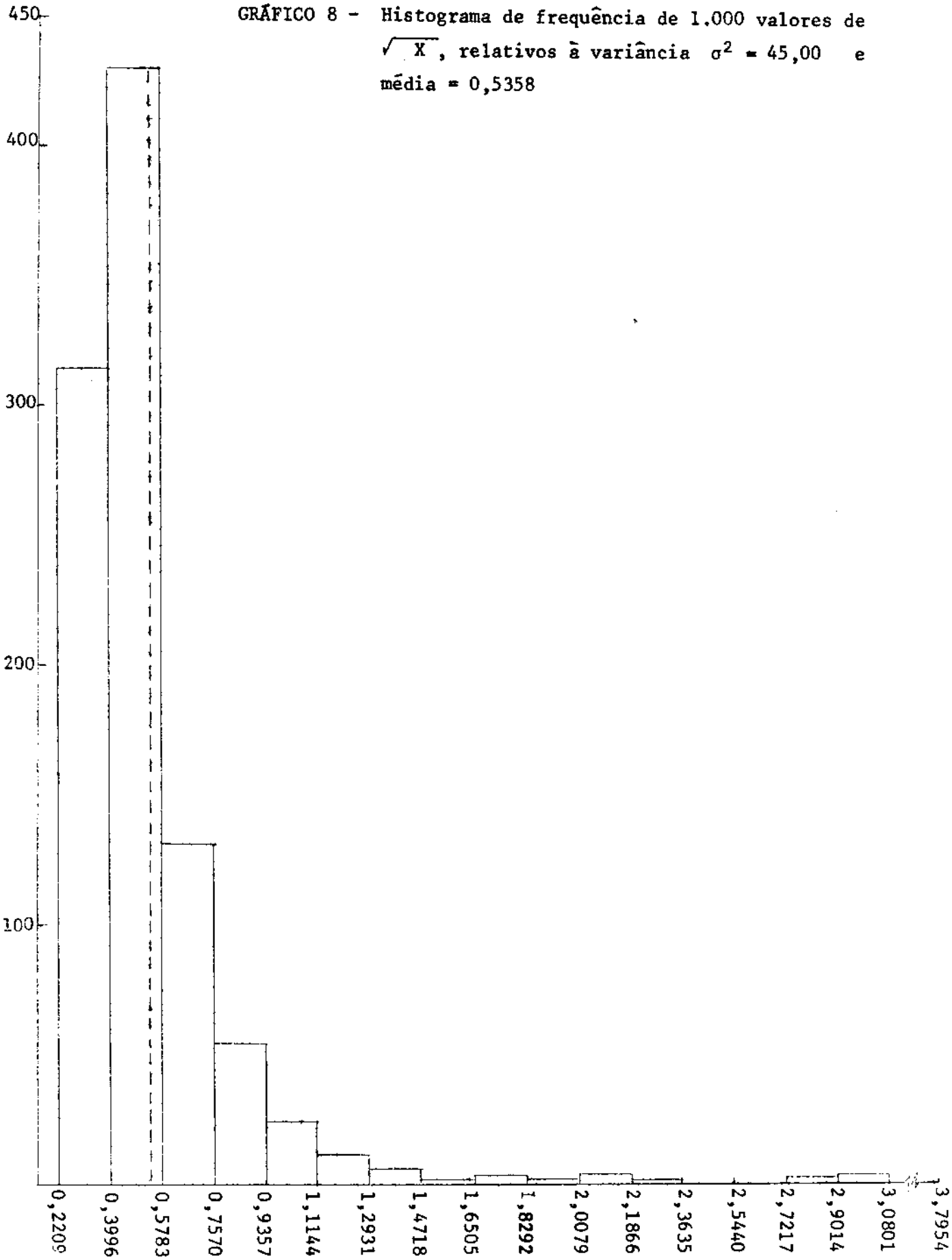


GRÁFICO 9 - Histograma de frequência de 997 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 45,00$ e média = 0,5110.

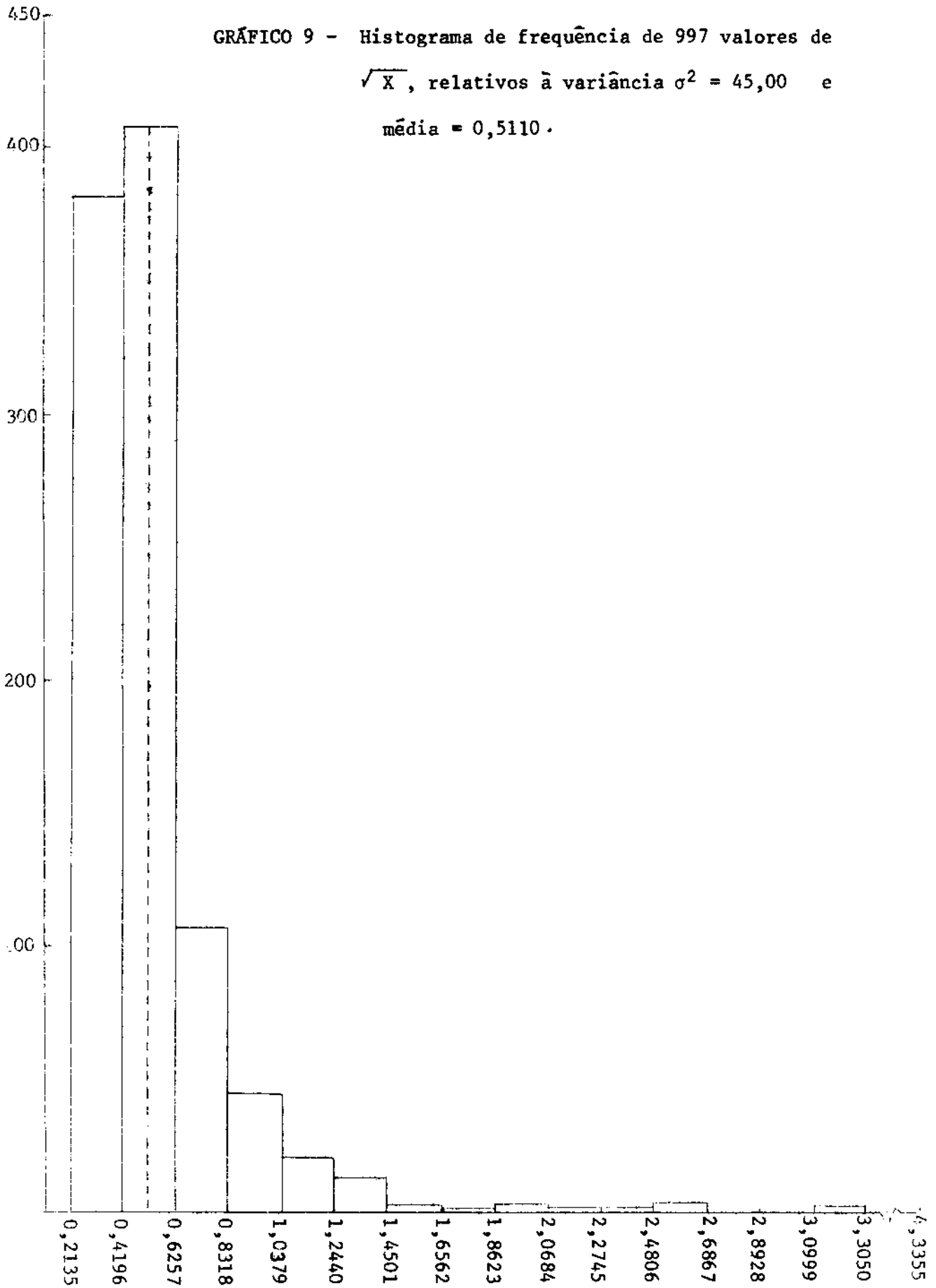
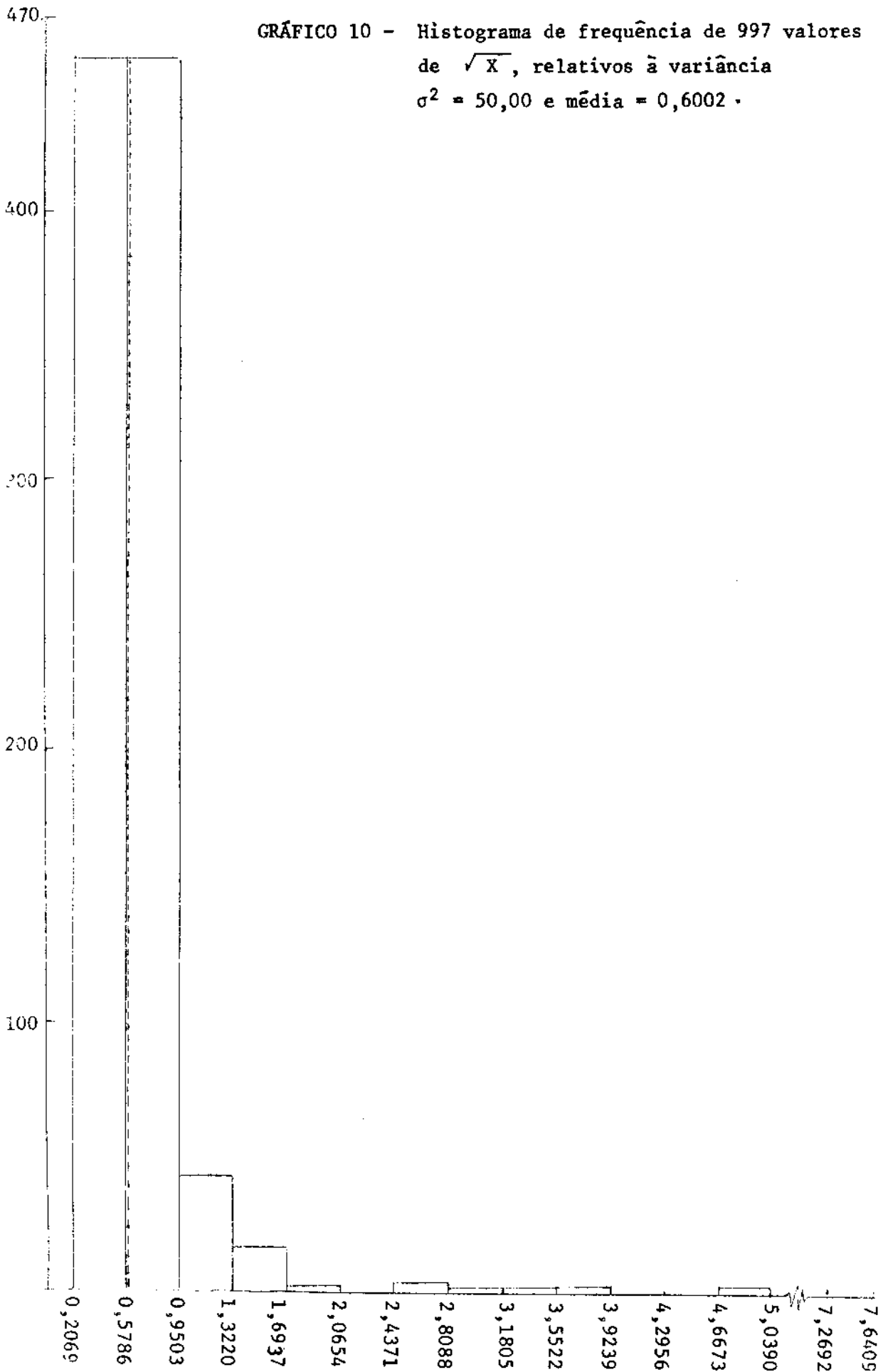


GRÁFICO 10 - Histograma de frequência de 997 valores de \sqrt{X} , relativos à variância $\sigma^2 = 50,00$ e média = 0,6002.



QUADRO 11 - Intervalos de confiança para \sqrt{X} com 95% de probabilidade

σ^2	\sqrt{X}	I. C. pelo Método de FIELLER	I. C. Empírico	I. C. com $\hat{V}_1 (\sqrt{X})$	I. C. com $\hat{V}_2 (\sqrt{X})$
5,00	0,4620	[0,3689 ; 0,5930]	[0,3717 ; 0,5882]	[0,3503 ; 0,5738]	[0,3557 ; 0,5683]
10,00	0,4687	[0,3415 ; 0,6765]	[0,3450 ; 0,6279]	[0,3017 ; 0,6356]	[0,3183 ; 0,6190]
15,00	0,4759	[0,3228 ; 0,7582]	[0,3269 ; 0,7511]	[0,2584 ; 0,6935]	[0,2917 ; 0,6601]
20,00	0,4840	[0,3085 ; 0,8440]	[0,3193 ; 0,8468]	[0,2140 ; 0,7539]	[0,2712 ; 0,6967]
25,00	0,4930	[0,2968 ; 0,9374]	[0,3017 ; 0,8856]	[0,1642 ; 0,8219]	[0,2552 ; 0,7309]
30,00	0,5037	[0,2869 ; 1,0417]	[0,2921 ; 1,0651]	[0,1023 ; 0,9050]	[0,2430 ; 0,7643]
35,00	0,5168	[0,2782 ; 1,1605]	[0,2846 ; 1,0836]	[0,0138 ; 1,0198]	[0,2352 ; 0,7983]
40,00	0,5358	[0,2706 ; 1,2987]	[0,2764 ; 1,1840]	[0,01577 ; 1,2294]	[0,2347 ; 0,8368]
45,00	0,3899	[0,2637 ; 1,4627]	[0,2698 ; 1,2985]	[- 3,5491 ; 4,3291]	[0,0706 ; 0,7093]
50,00	0,6002	[0,2575 ; 1,6622]	[0,2638 ; 1,6321]	[- 1,1706 ; 2,3711]	[0,2635 ; 0,9369]

QUADRO 12 - Coeficientes de variação para as estimativas \hat{b} e \hat{c} em um total de 1.000 dados, respectivamente

σ^2	\bar{b}	$\hat{V}(\hat{b})$	c. v. (\hat{b})	\bar{c}	$\hat{V}(\hat{c})$	c. v. (\hat{c})
5,00	90,1522	4,8597	2,4453	- 98,8556	127,1165	11,4051
10,00	90,1445	9,6840	3,4521	- 98,8396	254,1868	16,1304
15,00	90,1386	14,5097	4,2259	- 98,8273	381,2551	19,7575
20,00	90,1335	19,3537	4,8809	- 98,8170	508,3234	22,8159
25,00	90,1292	24,1612	5,4537	- 98,8079	635,3944	25,5111
30,00	90,1252	28,9879	5,9739	- 98,7976	762,4587	27,9487
35,00	90,1216	33,8138	6,4523	- 98,7921	889,5274	30,1896
40,00	90,1182	38,6398	6,8977	- 98,7850	1.016,5985	32,2763
45,00	90,1149	43,4824	7,3175	- 98,7744	1.143,6713	34,2634
50,00	90,1120	48,2920	7,1118	- 98,7722	1.270,7387	36,0905

7 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A discussão dos resultados individualmente para cada ítem é a que se segue:

7.1 - Estatísticas da Distribuição de \sqrt{X}

Os resultados individuais das estatísticas citadas no ítem 5.1 e apresentadas nos Quadros de 1 a 10 , são discutidas a seguir:

$$\hat{\mu}_3$$

No Quadro 1 ($\sigma^2 = 5,00$) , os valores de $\hat{\mu}_3$ são próximos de zero. Há, evidentemente, forte evidência de normali-

dade para os valores de \sqrt{X} .

Nos demais quadros (2 a 10), os valores de $\hat{\mu}_3$ são sempre positivos e aumentam paralelamente com as variâncias teóricas, evidenciando um afastamento considerável da normalidade para os valores de \sqrt{X} .

$\hat{\mu}_4$

Em todos os quadros os valores de $\hat{\mu}_4$ são positivos e aumentam sensivelmente com as variâncias teóricas crescentes. Em todos os casos os valores de $\hat{\mu}_4$ são maiores que os valores de $\hat{\mu}_4$ (Esperado) correspondentes, exceto para o caso de $\sigma^2 = 5,00$, pois, os valores de $\hat{\mu}_4$ (Esperado) são levemente superiores.

Observa-se também que somente no caso de $\sigma^2 = 5,00$ há evidência de normalidade para os valores de \sqrt{X} .

$\hat{\mu}_4$ (Esperado)

No Quadro 1 ($\sigma^2 = 5,00$), os valores de $\hat{\mu}_4$ (Esperado) são próximos de zero, concordando com os correspondentes valores de $\hat{\mu}_4$; evidenciando uma normalidade para os valores de \sqrt{X} .

Nos demais quadros (2 a 10) nota-se um aumento dos valores de $\hat{\mu}_4$ (Esperado) à medida que as variâncias teóricas crescem, porém, são sempre inferiores aos observados nos valores de $\hat{\mu}_4$ correspondentes.

Como nos casos anteriores, nota-se um afastamento da normalidade da distribuição de \sqrt{X} .

$\hat{\gamma}_1$

No Quadro 1 ($\sigma^2 = 5,00$) os valores de $\hat{\gamma}_1$ são todos positivos, sendo que na segunda e terceira linhas diferem de zero ao nível de 5% de probabilidade pelo teste t . Nas demais linhas seus valores não diferem estatisticamente de zero.

Nos demais quadros (2 a 10) os valores de $\hat{\gamma}_1$ diferem de zero ao nível de 1% de probabilidade. Há um aumento acentuado dos valores de $\hat{\gamma}_1$ paralelamente com o aumento das variâncias teóricas.

Esses resultados mostram um afastamento considerável da normalidade e distribuição viesada à direita para os valores de \sqrt{X} .

 $\hat{\gamma}_2$

Os valores de $\hat{\gamma}_2$ são negativos nas linhas de 1 a 9 do Quadro 1 ($\sigma^2 = 5,00$) evidenciando-se uma distribuição de \sqrt{X} platicúrtica. Os valores de $\hat{\gamma}_2$ não diferem estatisticamente de zero na décima linha do Quadro 1; na primeira, segunda, sexta e oitava linhas do Quadro 2 ($\sigma^2 = 10,00$); na segunda e oitava linhas do Quadro 3 ($\sigma^2 = 15,00$) e na segunda linha do Quadro 4 ($\sigma^2 = 20,00$). Nos demais casos seus valores são sempre positivos e crescem paralelamente com o aumento das variâncias teóricas, evidenciando-se distribuições leptocúrticas.

Em virtude do valor $-159,3291$ obtido para \sqrt{X} na sétima linha do Quadro 9 ($\sigma^2 = 45,00$) ser considerado absurdo eli

minaram-se as estatísticas calculadas nesta repetição.

7.2 - Histogramas de Frequência da Distribuição de \sqrt{X}

Os gráficos de 1 a 8 apresentam os histogramas dos valores de \sqrt{X} , calculados com 1.000 dados. O Gráfico 9 foi obtido com 997 dados, pois eliminaram-se os valores (- 159 , 3.291 ; 6,2204 e 6,8583) considerados absurdos. Da mesma forma, o Gráfico 10 foi obtido com 997 dados, eliminando-se os valores (- 7,5655 ; 19,6742 e 29,0436).

Observando-se os Gráficos 1 , 2 , 4 , 5 e 6 , tem-se que as classes de maior frequência antecedem a média (linha achurriada) , evidenciando-se, portanto, assimetria positiva.

No Gráfico 3 , a média precede a classe de maior frequência, constatando-se então uma assimetria negativa.

Nos Gráficos 7 , 8 , 9 e 10 a média situa-se na classe de maior frequência. Estes resultados mostram que à medida que a variância teórica aumenta, a distribuição de \sqrt{X} torna-se leptocúrtica, com assimetria positiva, distanciando-se consideravelmente da normalidade.

7.3 - Intervalos de Confiança

Os valores presentes no Quadro 11 indicam que os quatro intervalos de confiança calculados são bastante satisfatórios e concordantes, exceção feita aos intervalos obtidos no caso de $\hat{V}_1(\sqrt{X})$ para $\sigma^2 > 35,00$, pois, possuem extremos inferiores negativos.

Todos os intervalos contêm o valor médio de \sqrt{X} e tornam-se menos precisos com o aumento das variâncias teóricas. Entretanto, mesmo sendo todos resultados obtidos razoáveis, verificaram-se que os intervalos obtidos com $\hat{V}_2(\sqrt{X})$ foram os mais precisos.

Os intervalos obtidos pelo método de Fieller e os obtidos empiricamente são bastante concordantes em todas as variâncias estudadas, porém, ambos possuem intervalos maiores que os obtidos em $\hat{V}_2(\sqrt{X})$. Os intervalos mais insatisfatórios foram os obtidos com $\hat{V}_1(\sqrt{X})$.

7.4 - Coefficientes de Variação de \hat{b} e \hat{c}

Os dados presentes no Quadro 12 mostram que os dez casos de variâncias teóricas utilizadas foram razoáveis, uma vez que, os coeficientes de variação obtidos para as estimativas \hat{b} e \hat{c} foram relativamente baixos, mesmo no caso da maior variância utilizada ($\sigma^2 = 50,00$).

8 - CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos podem-se destacar as seguintes conclusões:

- Somente para as duas menores variâncias estudadas ($\sigma^2 = 5,00$ e $\sigma^2 = 10,00$) a distribuição do quociente (\sqrt{X}) é aproximadamente normal. Nos demais casos a distribuição de \sqrt{X} foge completamente da normalidade.
- Para a menor variância estudada ($\sigma^2 = 5,00$) com C.V. (\hat{b}) = 2,4453 e C.V. (\hat{c}) = 11,4051, surgiram valores de $\hat{\gamma}_1$ e $\hat{\gamma}_2$ positivos e negativos. À medida que os valores de σ^2 crescem, ambos são positivos e aumentam paralelamente com as variâncias, o que caracteriza

as distribuições leptocúrticas e com assimetria positiva.

- Os intervalos de confiança obtidos pelo método de Fieller e os obtidos empiricamente são bastante concordantes, o intervalo de confiança mais preciso foi o obtido com $\hat{V}_2 (\sqrt{X})$.

Os intervalos obtidos com $\hat{V}_1 (\sqrt{X})$ possuem intervalos maiores que os demais, e a partir de $\sigma^2 > 35,00$, apresentam extremos inferiores negativos.

- Para valores de σ^2 entre 5,00 e 40,00 os quocientes de \sqrt{X} obtidos são somente pontos de máximo. Nas variâncias $\sigma^2 = 45,00$ e $\sigma^2 = 50,00$ verificaram-se ocorrências de pontos de mínimo, embora em pequena porcentagem.

9 - SUMMARY

A distribution of the point of maximum or minimum of the function of production

$$Y_i = a + b X_i^{1/2} + c X_i + e_i$$

was studied. For simplifying the calculations orthogonal polynomials were used thus resulting in the equation

$$Y_i = \hat{a} + \hat{b} P_1 (Z_i) + \hat{c} P_2 (Z_i) ,$$

where $P_1 (Z_i)$ and $P_2 (Z_i)$ are the orthogonal polynomials, however \hat{b} and \hat{c} are independents.

The point of maximum or minimum is given by

$$\sqrt{X} = - \frac{\hat{b}}{2 \hat{c}} ,$$

\hat{b} and \hat{c} were estimated in a total of 536 trials of cotton fields. With these values and using the sub-routine RANDU, 1000 values of \hat{b} and 1000 for \hat{c} , both with approximately normal distributions were obtained. These values were adequately adjusted in a way that 1000 values for \hat{b} and 1000 for \hat{c} were obtained relative to each one of the variances: 5,00 ; 10,00 ; 15,00 ; 20,00 ; 25,00 ; 30,00 ; 35,00 ; 40,00; 45,00 and 50,00 .

With these values a third and fourth moments were calculated in relation to the average the fourth moment being expected (should a distribution of \sqrt{X} be normal). Values of $\hat{\gamma}_1$ (coefficient of Asymmetry) and $\hat{\gamma}_2$ (coefficient of Kurtosis) were also obtained. After the application of the \underline{t} test it was concluded that only in the variances $\sigma^2 = 5,00$ and $\sigma^2 = 10,00$ the distribution of \sqrt{X} is approximately normal. In the remaining cases there was a complete divergence from the normality thus characterising leptokurtic distribution with a positive asymmetry.

Also four intervals of confidence were calculated for \sqrt{X} .

1 - Interval of confidence by the method of Fieller.

- 2 - Interval of empirical confidence at a level of 5% probability. In this case, for each 1000 data the smallest and the largest values were formed as being the lowest extreme and highest respectively, after eliminating 25 of the largest and 25 of the smallest.
- 3 - Interval of confidence obtained by

$$\sqrt{\bar{X}} \pm t \sqrt{\hat{V}_1(\sqrt{X})}$$

where $\hat{V}_1(\sqrt{X})$ is obtained by the usual formula of variance

- 4 - Interval of confidence obtained by

$$\sqrt{\bar{X}} \pm t \sqrt{\hat{V}_2(\sqrt{X})} .$$

where $\hat{V}_2(\sqrt{X})$ is obtained by differentiation of the points of maximum or minimum.

It was concluded that the intervals obtained by the method of Fieller and those obtained empirically coincide, although they have intervals larger than those obtained by $\hat{V}_2(\sqrt{X})$ which is more precise.

Unsatisfactory results were obtained with $\hat{V}_1(\sqrt{X})$, because for values of $\sigma^2 > 35,00$, the lowest extreme are negative.

10 - BIBLIOGRAFIA CITADA

- ANDA - Associação Nacional para Difusão de Adubos, 1971. Manual de Adubação. Ed. "Ave Maria" Ltda. São Paulo.
- ANDERSON, R. L. ; NELSON, L. A., 1971. Some Problems in the Estimation of Single Nutrient Response Functions. Reprint 244. Institute of Statistics, Raleigh, 22 p.
- ARRUDA, E. V., 1969. Determinação da Dose Econômica de um Dado Nutriente em Experimentos de Adubação. Arq. Inst. Biol., São Paulo, 30(1): 41-45.
- BAUM, E. L. *et alii*, 1956. Fertilizer Innovations and Resource Use. Iowa State College Press. Ames, Iowa.

- BOX, G. E. P. ; MERVIN, E. M., 1958. A Note on the Generation of Random Normal Deviates. The Annals of Mathematical Statistics, Baltimore, Maryland, USA, Vol. 29 , 610-611.
- D'AULISIO, M. B. G., 1976. A Variância dos Pontos de Máximo ou Mínimo de Equações de Regressão de Segundo Grau. (Dissertação de Mestrado). Piracicaba, 61 pp.
- E. C. FIELLER, B. A., 1932. The Distribution of the Index in a Normal Bivariate Population, Biometrika, Vol. 24 , 428-440.
- FINNEY, D. J., 1975. BLOSSAY. Trabalhos apresentados na Reunião Internacional Comemorativa do 20º Aniversário da Fundação da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria ("The Biometric Society"), realizada em Piracicaba, São Paulo, de 22 a 27 de setembro.
- HOFFMANN, R. ; VIEIRA, S., 1976. Determinação do Intervalo de Confiança para a Dose Econômica de Nutriente com Base em Experimentos de Adubação. (mimeografado). 43 pp.
- KENDALL, M. G. ; STUART, A., 1947. The Advanced Theory of Statistics. Vol. I , Charles Griffin & Company, London.
- MERRIL, A. S., 1928. Frequency Distribution of an Index When Both the Components Follow the Normal Law. Biometrika, Vol. XX^A , 53-63.
- PIMENTEL GOMES, F. e ABREU, C. P., 1959. Sobre uma Fórmula para o Cálculo da Dose mais Econômica de Adubo. Anais E. S. A. "Luiz de Queiroz", 16: 191-198.

PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de Estatística Experimental.
6.^a Ed., Livraria Nobel S/A. Piracicaba, SP.

SPIEGEL, M. R., 1976. Estatística, Coleção SCHÄUM, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., Rio de Janeiro, 10^o ,
580 pp.

11 - A P E N D I C E

```

// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYFWRITER,KEYBOARD,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
C   LISTAGEM DO PROGRAMA UTILIZADO NA GERACAO DE DADOS, COM O USO DA
    SUB-ROUTINA RANDU
    DIMENSION D(100,3),S2(2),S(2),RGAM1(10),RGAM2(10),RVC(10),RCM(10),
    .   RBM(10),RVX(10),RXM(10),RVXX(10),RSI4E(10),RTGA1(10),RTGA2
    . (10),RX1IN(10),RX1SU(10),RXIFI(10),RX2FI(10),RX2IN(10),RX2SU(10),
    . RV3X(10),RV4X(10),RVB(10)
    NNN=10
500 READ (2,1000)N,ND,NG,II,AM,V
1000 FORMAT (4I3,F5.1,F10.6)
    DO 607 NVES=1,NNN
    DO 52 J=1,NG
    S2(J)=0.
    S(J)=0.
    IX=II
    DO 51 K=1,ND
    FN=ND
    ENE=N
    A=0.0
    DO 50 I=1,N
    IY=IX*899
    IF(IY)5,6,6
    5 IY=IY+32767+1
    6 YFL=IY
    YFL=YFL/32767.
    IX=IY
50 A=A+YFL
51 D(K,J)=(A-ENE/2)/SQRT(ENE/12)*SQRT(V)+AM
52 II=II+2
    DO 15 J=1,NG
    DO 15 K=1,ND
    S2(J)=S2(J)+D(K,J)**2
15 S(J)=S(J)+D(K,J)
    DO 16 J=1,2
    S2(J)=S2(J)-S(J)**2/EN
    S2(J)=S2(J)/(EN-1.)
16 S(J)=S(J)/EN
    WRITE (3,27)EN,V,NVES
27 FORMAT (' N. DADOS',F5.0,' VARIANCIA T.',F10.6,' CASO',I3//)
    WRITE (3,40)S2(1),S(1)
    CALL DATSW(1,JJ)
    GO TO (160,170),JJ
170 WRITE (3,210)(D(K,1),K=1,ND)
160 WRITE (3,40)S2(2),S(2)
    GO TO (161,171),JJ
171 WRITE (3,210)(D(K,2),K=1,ND)
161 SC=0.
    S2C=0.
    SR=0.
    S2R=0.
    SX=0.
    S2X=0.
    DO 150 K=1,ND
    D(K,1)=D(K,1)*SQRT(24.4532)-98.8947
    D(K,2)=D(K,2)+90.1713 .

```

```

D(K,3)=-D(K,2)/(2.*D(K,1))
SC=SC+D(K,1)
S2C=S2C+D(K,1)**2
SB=SB+D(K,2)
S2R=S2R+D(K,2)**2
SX=SX+D(K,3)
150 S2X=S2X+D(K,3)**2
XM=SX/EN
CM=SC/EN
BM=SB/EN
S3X=0
S4X=0
DO 18 K=1,ND
S3X=S3X+(D(K,3)-XM)**3
S4X=S4X+(D(K,3)-XM)**4
V3X=S3X/(EN-1.)
V4X=S4X/(EN-1.)
VC=(S2C-SC**2/EN)/(EN-1.)
VB=(S2R-SR**2/EN)/(EN-1.)
18 CONTINUE
PE=4.*CM**2-16*VC
QE=4.*BM*CM
RE=BM**2-4.*VB
DELTA=QE**2-4.*PE*RE
X1FIL=(-QE-SQRT(DELTA))/(2.*PE)
X2FIL=(-QE+SQRT(DELTA))/(2.*PE)
VX=(S2X-SX**2/EN)/(EN-1.)
SIG4E=(VX**2)*3
GAM01=V3X/(VX**1.5)
GAM02=V4X/(VX**2)-3.
VARG1=0.0583
VARG2=0.2288
TGAM1=(GAM01-0.)/SQRT(VARG1)
TGAM2=(GAM02-0.)/SQRT(VARG2)
WRITE(3,800)
800 FORMAT(1X,' CALCULO DOS PARAMETROS EM UMA REPETICAO (100 DADOS)',
.///)
WRITE(3,33)GAM01,GAM02
33 FORMAT(1X,' GAMA 1=',F10.4,3X,' GAMA 2 =',F10.4,/)
VXX=0.25*(VB/CM**2+(BM**2/CM**4)*VC)
X1INF=XM-2.*SQRT(VX)
X1SUP=XM+2.*SQRT(VX)
X2INF=XM-2.*SQRT(VXX)
X2SUP=XM+2.*SQRT(VXX)
WRITE(3,380)VC,CM,VB,BM
380 FORMAT(1X,' VARIANCIA -C=',F10.4,5X,' C-MEDIO =',F10.4,5X,' VAR-B
.=',F10.4,5X,' B MEDIO =',F10.4,/)
WRITE(3,390)VX,XM,VXX,SIG4E
390 FORMAT(1X,' VAR-1 DE X =',F10.4,5X,' X MEDIO=',F10.4,5X,' VAR-2 DE
.X =',F10.4,/,,' MI-4 ESPERADO =',F10.6,/)
WRITE(3,24)V3X,V4X
24 FORMAT(1X,' MI-3=',F10.6,5X,' MI-4=',F10.6,/)
210 FORMAT(' '10F10.4)
WRITE(3,20)TGAM1,TGAM2
20 FORMAT(1X,' T CALC GAMA 1 =',F15.4,5X,' T CALC GAMA 2 =',F15.4,/)
WRITE(3,30)PE,QE,RE,DELTA
30 FORMAT(1X,' P=',F15.4,2X,' Q=',F15.4,2X,' R=',F15.4,2X,' DELTA=',
.F20.4,/)
WRITE(3,23)X1INF,X1SUP
23 FORMAT(' VARIANCIA USUAL -',5X,' EXT INF=',F20.4,2X,' EXT SUP=',

```



```

DO 1001 L= 1,NNN
SG1=SG1+RGAM1(L)
SG2=SG2+RGAM2(L)
SVC=SVC+RVC(L)
SCM=SCM+RCM(L)
SVB=SVB+RVB(L)
SRM=SRM+RBM(L)
SVX=SVX+RVX(L)
SXM=SXM+RXM(L)
SVXX=SVXX+RVXX(L)
SSI4=SSI4+RSI4E(L)
STG1=STG1+RTGA1(L)
STG2=STG2+RTGA2(L)
SX1=SX1+ RX1IN(L)
SX2=SX2+ RX1SU(L)
SXF1=SXF1+ RX1FI(L)
SXF2=SXF2+ RX2FI(L)
SX21=SX21+RX2IN(L)
SX22=SX22+RX2SU(L)
SV3X=SV3X+ RV3X(L)
1001 SV4X= SV4X + RV4X(L)
Z=10.
GAM1M=SG1/Z
GAM2M=SG2/Z
VCM=SVC/Z
CMM=SCM/Z
VRM=SVB/Z
BMM=SRM/Z
VXM=SVX/Z
XMM=SXM/Z
VXXM=SVXX/Z
SI4EM=SSI4/Z
TGA1M=STG1/Z
TGA2M=STG2/Z
X1INM=SX1/Z
X1SUM=SX2/Z
X1FIM=SXF1/Z
X2FIM=SXF2/Z
X2INM=SX21/Z
X2SUM=SX22/Z
V3XM=SV3X/Z
V4XM=SV4X/Z
WRITE(3,1002)
1002 FORMAT('1')
WRITE(3,1003)
1003 FORMAT(1X,' CALCULO DOS PARAMETROS ( MEDIAS DE 10 REPETICOES) ',//)
WRITE(3,1004)GAM1M,GAM2M,VCM,CMM,VBM,BMM,VXM,XMM,VXXM,SI4EM,
.TGA1M,TGA2M,X1INM,X1SUM, X1FIM,X2FIM
1004 FORMAT(1X,' GAMA 1 =',F10.4,5X,' GAMA 2 =',F10.4,5X,' VAR-C =',
.F15.4,5X,' C MEDIO = ',F10.4,///,1X,' VAR- B =',F10.4,5X,' B MEDIO
.=',F10.4,5X,' VAR-X =',F12.4,5X,' X MEDIO =',F7.4,5X,' VAR X DIF
.=',F10.4,///,1X,' MI4 ESP =',F10.4,5X,' T GAMA 1 =',F10.4,' T GA
,MA 2 =',F10.4,5X,///,1X,' VAR X USUAL ',5X,' INF =',F7.4,5X,' SUP
.=',F7.4,5X,' FIELLER',5X,' INF = ',F7.4,5X,' SUP =',F7.4,/)
WRITE(3,1005)X2INM,X2SUM, V3XM,V4XM

```

```
1005 FORMAT( 1X,'VARIANCIA THEIL',5X,' INF =',F7.4,5X,' SUP =',F7.4,5X,  
  ' MI3 = ',F15.4,5X,' MI4 =',F15.4)  
  GO TO 500  
40  FORMAT (' ', 'VARIANCIA',F10.6,' MEDIA',F10.6)  
  END
```