

Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR

Sebastião do Amaral Machado⁽¹⁾, Rodrigo Geroni Mendes Nascimento⁽¹⁾, Alan Lessa Derci Augustynczyk⁽¹⁾, Luís César Rodrigues da Silva⁽¹⁾, Marco Aurélio Figura⁽¹⁾, Eder Miguel Pereira⁽¹⁾ e Saulo Jorge Téó⁽¹⁾

⁽¹⁾ Universidade Federal do Paraná – UFPR, Avenida Prefeito Lothário Meissner, 632, CEP 80210-170, Jardim Botânico, Curitiba-PR. E-mail: samachado@ufpr.br, geronimendes@hotmail.com, alanlda@hotmail.com, nabravomova@hotmail.com, figura_floresta@hotmail.com, miguelederpereira@gmail.com, sauloteo@yahoo.com.br

Resumo - Esta pesquisa teve como objetivos testar e selecionar os melhores modelos matemáticos para estimar a altura total (h_t) e a altura de fuste (h_f), em função do diâmetro à altura do peito (DAP), bem como estabelecer a relação dendrométrica entre h_t/h_f . Os dados provieram da medição de diâmetros, altura total e altura de fuste de todas as araucárias existentes no fragmento de Floresta Ombrófila Mista, de 15,2 hectares, situado no Campus Jardim Botânico da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, PR. Foram testados 13 modelos, incluindo modelos aritméticos, logarítmicos e não-lineares adaptados, como os de Chapman & Richards e de Mitscherlich ou Monomolecular. Os modelos não-lineares foram ajustados pelo algoritmo de Levenberg-Marquardt. Utilizaram-se, como critérios estatísticos de seleção dos melhores ajustes, a análise gráfica dos resíduos, o erro padrão da estimativa em porcentagem ($Sy_{x\%}$) e o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}). Foi encontrado R^2_{aj} muito baixo para todos os modelos ajustados, caracterizando um estágio avançado e assintótico da espécie em estudo. O melhor modelo para estimativa da variável h_t foi o proposto por Stoffels & Van Soest, e para h_f a equação de Curtis na sua forma logarítmica. A equação linear ajustada para estimar a altura total em função da altura do fuste apresentou $R^2_{aj} = 0,88$ e $Sy_{x\%} = 5\%$, caracterizando uma forte relação entre as duas variáveis.

Termos para indexação: Curva altura/diâmetro, relação dendrométrica, modelos hipsométricos.

Behavior of the hypsometric relationship of *Araucaria angustifolia* in the forest copse of the faculty of forest – Federal University of Paraná, Brazil

Abstract - The objective of this research was to test and select mathematics models for estimating total height (h_t) and bole height (h_b), as a function of DBH, as well as, to establish the dendrometric relationship between h_t/h_b . The data came from measurements of diameters (DBH), total height and bole height of all *Araucaria angustifolia* trees from an Ombrophyllous Mix Forest fragment of 15,24 ha situated in the Botanical Garden Campus of the UFPR, Curitiba-PR, Brazil. Thirteen models were tested, including arithmetic, logarithmic and nonlinear models, such as Chapman-Richards and Mitscherlich or monomolecular adapted; the nonlinear models were fitted by the Levenberg-Marquardt algorithm. The statistic criteria for selecting the best models were the graphic analysis of residuals, Standard error of estimate in percentage ($Sy_{x\%}$) and adjusted determination coefficient (R^2_{aj}). The R^2_{aj} were very low for all fitted models, characterizing an advanced and asymptotic stage of the species under study. The best equation for estimating h_t was that one proposed by Stoffels & Van Soest, and for h_f the Curtis equation in its logarithmic form, chosen due to its statistics values and easy utilization. The adjusted linear equation to estimate total height as a function of bole height presented $R^2_{aj} = 0.88$ and $Sy_{x\%} = 5\%$, characterizing a strong relationship between these two variables.

Index terms: Height/DBH curve, dendrometric relationship, hypsometric models.

Introdução

O pinheiro-do-paraná possui grande valor paisagístico e econômico (IBGE, 1992; LEITE, 1994). Sua madeira é apropriada para celulose, construção civil, laminação,

entre outros produtos. Desde o início do século 20, a araucária, junto com outras espécies da Floresta Ombrófila Mista, como *Ocotea porosa* (Mez) L. Barroso e *Cedrela fissilis* Vell., sofreram com a extração de recursos madeiráveis e com o processo de

colonização, e expansão das áreas agrícolas. Esses fatores levaram à progressiva redução dessas florestas (FUPEF, 1978).

A definição proposta por Schimidt (1977) diz que a relação hipsométrica é a regressão da altura sobre o diâmetro em um povoamento em determinada data, podendo ser representada por um ajuste matemático. Essa relação é comumente simbolizada por “h/d” e denominada relação hipsométrica (Finger, 1992). Fatores como: espécie, posição sociológica, idade, tamanho de copa, densidade, sítio e práticas silviculturais em geral, podem afetar e influenciar o vínculo das variáveis (CARDOSO et al., 1989; BARROS et al., 2002; BARTOSZECK et al., 2004, FINGER, 1992). A influência desses fatores pode ser facilmente visualizada na análise gráfica da dispersão dos valores observados sobre a linha de ajuste de regressão, chamada curva h/d.

A curva dessa relação pode variar quanto à forma, inclinação e origem, dependendo dos fatores citados (BARTOSZECK et al., 2004). A forma da curva pode informar a fase de crescimento e desenvolvimento do povoamento florestal, já a sua inclinação acentuada indica povoamentos jovens ou sítios bons, sendo que inclinações menos íngremes ocorrem em povoamentos mais velhos ou “clímax”, onde os coeficientes de variação para a altura e diâmetro diferem, sendo menor para a altura com relação ao diâmetro nesse período (BARTOSZECK et al., 2004; FINGER, 1992).

A listagem de vários modelos matemáticos para ajustes da curva h/d, no meio florestal, começou a partir de Trorey, citado por pesquisadores como Machado et al., (1994); Barros et al. (2002) e Caldeira et al., (2002). Atualmente, existem modelos modificados que incluem variáveis como: idade, sítio, densidade e h_{dom} (altura dominante), denominados por Barros et al. (2002) e Cardoso et al., (1989) como “genéricos”, chamados assim por incluírem em seus ajustes as influências das variáveis anteriormente citadas. Segundo Finger (1992), para se chegar a um modelo matemático que descreva a relação hipsométrica de uma árvore ou população qualquer, deve-se testar vários modelos e selecionar aquele de melhor ajuste segundo o critério de seleção usado.

Chapman e Meyer (1949) afirmaram que a curva de altura sobre o diâmetro não apresenta um relacionamento biológico bem definido, tanto em espécies nativas quanto plantadas, como altura sobre idade e diâmetro sobre idade. Os mesmos autores ainda

afirmaram que quando se constrói uma curva para diferentes sítios ou idades, a curva hipsométrica mostrará uma grande variabilidade em altura para um mesmo diâmetro. Devido a essa grande variabilidade de alturas, para uma mesma classe de diâmetro para povoamentos ou florestas de idade mais avançada, a relação hipsométrica não é uma relação dendrométrica muito forte, resultando normalmente em coeficientes de determinação (R^2) baixos e $Syx\%$ altos (MACHADO et al., 1994).

Este trabalho teve como objetivo testar e selecionar os melhores modelos matemáticos para ajuste de curvas hipsométricas para altura total (ht) e altura de fuste (hf) do pinheiro-do-paraná e estudar a relação dendrométrica entre estas duas alturas (ht/hf) da espécie.

Material e Métodos

Caracterização e localização da área de estudo

O presente trabalho foi realizado em um fragmento de floresta, atualmente denominado “Capão da Engenharia Florestal”, situado no *Campus* III, Jardim Botânico da Universidade Federal do Paraná. A área do capão é de 15,24 hectares, dos quais 12,96 hectares são ocupados por Floresta Ombrófila Mista e 2,28 hectares são formados por capoeira rala situada ao longo do riacho que margeia o capão em todo seu limite sul, como citado por Rondon Neto et al. (2002).

Essa floresta, que se situa próxima ao centro urbano de Curitiba, sofreu ação antrópica com extração de indivíduos e por consequência caracteriza-se hoje como uma floresta secundária com grande intensidade de espécies pioneiras e diâmetros de pequenas dimensões. Apesar de ter sido bastante antropizada no passado, este capão vem sendo protegido desde 1980, época em que a UFPR adquiriu a área do Instituto Nacional de Seguro Social (INSS). Os 349 pinheiros nela existentes têm em torno de 100 anos de idade, perfazendo uma média de 26,85 árvores por hectare.

O clima da região é subtropical úmido mesotérmico de verões frescos, inverno com geadas frequentes e, segundo a classificação de Köppen, o clima é do tipo Cfb. A temperatura e a precipitação média anual ficam em torno de 17 °C e 1.400 mm, respectivamente. O bosque situa-se entre as coordenadas 25°26'50"S e 25°27'33"S e 49°14'16"W e 49°14'33"W, e a altitude do terreno está entre 890 m e 915 m sobre o nível do mar.

Coleta de dados

A área de estudo foi dividida em blocos de 50 m x 50 m, onde cada árvore recebeu um número de identificação. Através de um censo florestal, feito anteriormente na área de estudo, as árvores receberam suas coordenadas UTM orientadas pelo norte de quadrícula de um mapa da região. Foi primeiramente computada a presença de 349 pinheiros, dos quais foi possível tomar as medidas das circunferências à altura do peito (CAP) de 338 deles, convertidos em DAP, e das respectivas alturas totais e de fuste das araucárias.

A CAP foi medida com fita métrica e as alturas com o hipsômetro Vertex III. O Vertex III possibilita fazer medições mais acuradas e rápidas, mesmo em vegetação densa e em terrenos acidentados, pois internamente faz a correção de inclinação devido a um sensor embutido no aparelho, não necessitando qualquer tipo de mudança manual de escala ou cálculos posteriores à medição.

Análise da variação dos dados

Os diâmetros das 338 árvores medidas no capão foram distribuídos em classes diamétricas através da fórmula de Sturges, a qual permite estabelecer um número de classes para o conjunto de dados utilizados, e obter o intervalo de classe dividindo a amplitude total pelo número de classes obtidas (Machado e Figueiredo Filho, 2006). A fórmula de Sturges é a seguinte:

$$n_c = 1 + 3,3 * \log_{10}(n)$$

onde: n_c = Número de classes obtidas;
 n = Número de dados observados.

Essa forma de disposição dos dados teve como objetivo fornecer informações sobre a estrutura da distribuição de frequência do pinheiro, bem como, auxiliar na análise do comportamento dos modelos hipsométricos, levando em conta a forma de variação do diâmetro, altura de fuste e altura total.

Modelos testados

Foram avaliados os 13 modelos matemáticos, constantes na Tabela 1, sendo 11 modelos tradicionais encontrados na literatura florestal, citados por vários pesquisadores (CARDOSO et al., 1989; BARROS et al., 2002; BARTOSZECK et al., 2004; FINGER, 1992).

Tabela 1. Modelos testados para a estimativa da altura total e do fuste em função do DAP.

Natureza	Nº	Modelos	Autor
Aritméticos	1	$y = b_0 + b_1 \cdot x$	Linear Simples
	2	$y = b_0 + b_1 \cdot x^2$	
	3	$y = b_0 + b_1 \cdot x^{-1}$	Curtis
	4	$y = b_0 + b_1 \cdot \ln(x)$	Henricksen
	5	$y = [1 / (b_0 + b_1 \cdot x^{-1})]^3 + 1,30$	Pettersen
	6	$y = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2$	Trorey
	7	$y = x^2 / (b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2)$	Prodan
Logarítmicos	8	$\ln(y) = b_0 + b_1 \cdot x^{-1}$	Curtis var.
	9	$\ln(y) = b_0 + b_1 \cdot \ln(x)$	Stoffels e Van Soest
	10	$\ln(y) = b_0 + b_1 \cdot x^{-1} + b_2 \cdot x$	
	11	$\ln(y) = b_0 + b_1 \cdot x^{-1} + b_2 \cdot x^2$	
Não Linear	12	$y = b_0 [1 - b_1 \cdot e^{(-b_2 \cdot x)}]$	Monomolecular (adaptada)
	13	$y = b_0 [1 - e^{(-b_1 \cdot x)}]^{b_2}$	Chapman & Richards (adaptada)

* Obs.: y representando altura total ou de fuste, e x como DAP.

Os modelos 12 e 13 foram testados por apresentarem características semelhantes aos modelos tradicionais, tais como origem, inclinação e assíntota, podendo assim serem adaptados para ajustes hipsométricos, substituindo apenas a variável idade pelo DAP. O algoritmo utilizado para ajuste desses modelos, tanto para a altura total como para a altura de fuste, foi o de Levenberg-Marquardt, em que valores como: altura média das araucárias, valor assintótico da altura da espécie, ponto de origem da curva, entre outros, foram utilizados inicialmente para proceder ao ajuste, até encontrar os melhores resultados estatísticos da análise de regressão.

Crítérios estatísticos para seleção de modelos

Utilizaram-se como critério de seleção dos melhores ajustes a análise gráfica dos resíduos, o erro padrão da estimativa em porcentagem ($Sy_{x\%}$) e o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}).

A análise gráfica dos resíduos em um ajuste de regressão é determinante como critério de escolha de um modelo, mesmo que as estimativas de ajuste de precisão estejam apresentando valores aceitáveis. A

dispersão dos pontos ao longo do eixo da variável independente indica de forma clara se o ajuste subestima ou superestima a variável dependente.

O erro padrão da estimativa em porcentagem ($Sy_{x\%}$) informa a qualidade do ajuste e o quanto, relativamente, o modelo erra em média ao estimar a variável dependente. Quando a variável dependente sofreu algum tipo de transformação, é necessário que se faça o recálculo do Sy_x , para que esse possa ser comparável aos das equações cuja variável dependente não sofreu transformação. Essa correção é efetuada através da seguinte fórmula:

$$Sy_{x \text{ recalculado}} = \sqrt{\frac{\sum (h_o - h_e)^2}{n - p}}$$

onde: h_o = Altura observada (m);

h_e = Altura estimada pela equação(m);

n = Número de dados observados;

p = Número de coeficientes do modelo.

No caso de ajustes logarítmicos, como os modelos de Curtis, Stoffels & Van Soest e os modelos 10 e 11 da Tabela 1, ocorre uma discrepância, devido à transformação matemática, ao se efetuar a operação inversa para se obter a variável de interesse. A correção para essa discrepância é feita multiplicando-se a altura encontrada pelo fator de correção de Meyer (FCM), e só depois desse procedimento deve-se efetuar o recálculo do $Sy_{x \text{ recalculado}}$.

onde: $e = 2,718281828$;

Sy_x = Erro padrão da estimativa (m).

O coeficiente de determinação (R^2) expressa a quantidade da variação total que é explicada pela regressão, ou quanto relativamente à variação total da variável a ser estimada é explicada pela regressão. Essa estatística não é recomendada para comparação de modelos com variáveis dependentes diferentes. Sendo assim, torna-se necessário o uso de uma estatística semelhante ao R^2 , chamada de Índice de Schlaegel (IA). Este reajuste ou correção possui a seguinte expressão matemática:

$$R^2 \text{ corrigido} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \cdot \left(\frac{Sq.res}{Sq.tot} \right)$$

onde: n = Número de dados observados;

p = Número de coeficientes do modelo;

$Sq.res$ = Soma dos quadrados dos resíduos/erros, para a variável de interesse (altura total ou altura de fuste);

$Sq.tot$ = Soma dos quadrados total para a variável de interesse (altura total ou altura de fuste).

Resultados e Discussão

Ao aplicar a fórmula de Sturges ao conjunto de dados, resultou-se em nove classes diamétricas. O número de árvores por classe diamétrica, bem como o intervalo de classe, são visualizados na Figura 1.

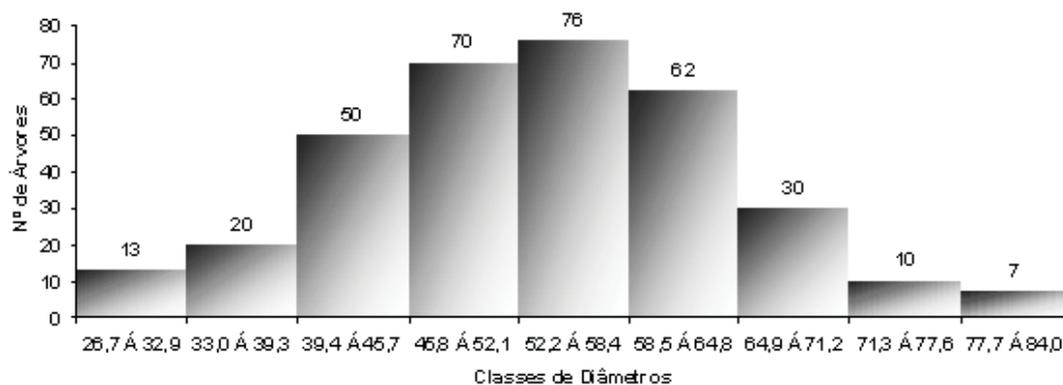


Figura 1. Distribuição dos diâmetros em nove classes através da fórmula de Sturges.

A posição georreferenciada de cada pinheiro plotado sobre o mapa do capão é apresentada na Figura 2. Os círculos com diferentes dimensões nessa figura representam árvores com diferentes diâmetros. Apresenta-se também a Tabela 2 para caracterizar a dispersão dos diâmetros, alturas totais e alturas dos fustes.

Escolha da melhor equação para estimar a altura total

Os resultados provenientes dos ajustes dos modelos hipsométricos para a altura total estão resumidos na Tabela 3, com seus respectivos valores estatísticos de precisão e coeficientes dos 13 modelos testados.

Tabela 2. Características das estatísticas de dispersão dos dados para diâmetro, altura total e altura de fuste.

Características	DAP(cm)	h_t (m)	h_f (m)
Máximo	84,0	24,9	23,6
Mínimo	26,7	10,9	8,9
Média	53,4	18,1	16,2
Desvio Padrão	10,8047	2,6176	2,4671
CV%	20,23	14,45	15,26

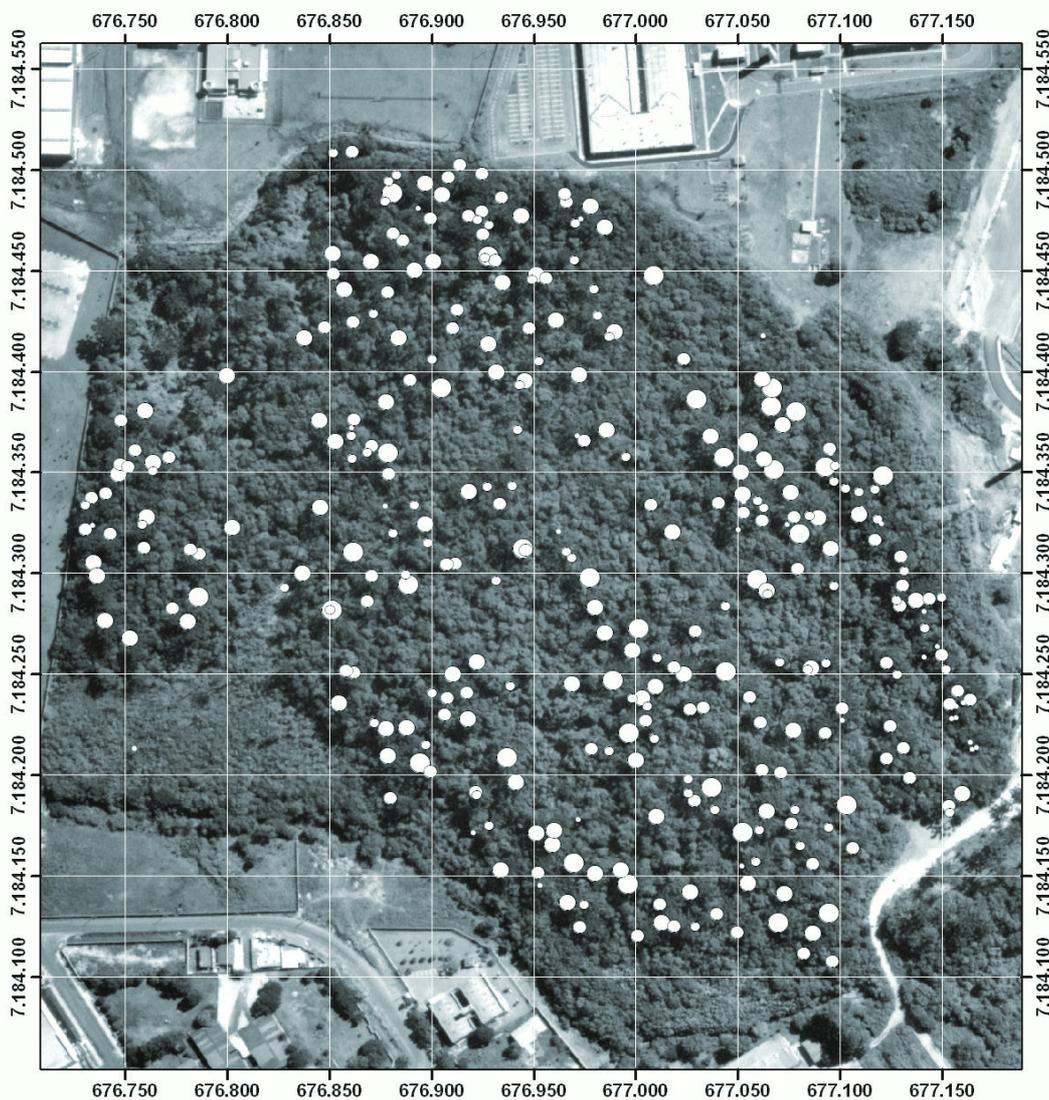


Figura 2. Representação da alocação dos blocos de 50 m x 50 m e a distribuição espacial das araucárias com suas coordenadas UTM dentro do Capão da Engenharia Florestal.

Tabela 3. Coeficientes e principais estatísticas dos 13 modelos testados para a relação altura total sobre DAP (h/d) para o conjunto de 338 araucárias.

Nº	b ₀	b ₁	b ₂	R ² _{corr}	Syx _{recal}	Syx _{%recal}	F _{calc}	valor-p
1	12,4705	0,1057		0,1881	2,359	13,019	79,07	3,75E-17
2	15,2980	0,0009		0,1786	2,372	13,095	74,28	2,70E-16
3	23,1296	-255,9550		0,1866	2,361	13,031	78,30	5,14E-17
4	-3,4007	5,4388		0,1913	2,354	12,993	80,70	1,93E-17
5	0,3513	2,1043		0,1819	2,368	13,234	80,66	1,95E-17
6	10,1851	0,1943	-0,0008	0,1858	2,358	13,018	40,07	2,50E-16
7	-23,2867	1,8446	0,0297	0,1690	2,383	13,381	957,23	2,96E-139
8	3,1733	-14,6655		0,1888	2,358	13,010	80,58	2,02E-17
9	1,6606	0,3098		0,1910	2,354	12,992	81,82	1,22E-17
10	2,9206	-8,7282	0,0026	0,1867	2,357	13,007	40,94	1,24E-16
11	3,2720	-24,0216	209,7957	0,1858	2,358	13,014	41,00	1,18E-16
12	24,2191	0,6281	0,0174	0,1885	2,358	13,016	40,14	2,36E-16
13	28,7976	0,0061	0,3582	0,1888	2,358	13,013	40,21	2,23E-16

Observa-se nessa tabela que todos os 13 modelos testados se comportaram de forma semelhante, com valores de coeficiente de determinação corrigido (R^2_{corr}), variando entre 0,1690 para o modelo 7 até o valor 0,1913 para o modelo proposto por Henricksen. O erro padrão da estimativa em percentagem também apresentou pouca diferença entre os modelos. O teste F apresentou-se significativo para todos os modelos testados.

Como se pode observar na Tabela 3, todos os modelos apresentaram valores baixos de R^2_{corr} , por conseguinte, baixa correlação entre as variáveis DAP e altura total. Embora os R^2_{corr} tenham sido baixos, os Syx_% tiveram valores pouco acima de 10 % para todos os modelos testados, variando de 12,99 % para o modelo de Stoffels & Van Soest a 13,38 % para o modelo de Prodan. Barros et al., (2002) concluíram que povoamentos mais velhos e com um maior número de perdas de indivíduos por desbastes seletivos apresentaram valor muito baixo para R^2_{corr} . No entanto, os valores de Syx_% recalculados foram aceitáveis para os modelos de melhor performance.

Machado et al. (1994), analisando o comportamento da relação hipsométrica para *Pinus elliottii*, afirmaram que o baixo valor do coeficiente de determinação é

explicado pela homogeneidade dos dados, gerada pela baixa variação das alturas em relação à amplitude diamétrica; essa afirmação se confirma no presente trabalho, podendo ser identificada na Tabela 2. Azevedo et al. (1999), ao analisar a relação hipsométrica para quatro espécies (andiroba, sumaúma, ucuúba e ipê-rosa), em quatro idades diferentes, em plantios homogêneos situados na Amazônia ocidental, concluíram que a relação h/d varia de acordo com a idade do povoamento, não podendo ser utilizada uma equação comum para povoamentos de diferentes idades.

As melhores equações foram escolhidas comparando entre si os modelos de mesma natureza. Primeiramente, foi escolhida a melhor equação aritmética, a melhor logarítmica e a melhor não-linear, baseado apenas nos critérios estatísticos. Em seguida, procedeu-se a análise gráfica dos resíduos para estas equações pré-selecionadas, como critério para a seleção final da melhor equação dentre todas.

A Figura 3 apresenta o gráfico da distribuição de resíduos dos melhores modelos escolhidos anteriormente nas classes de modelos de natureza aritmética, logarítmica e não-lineares.

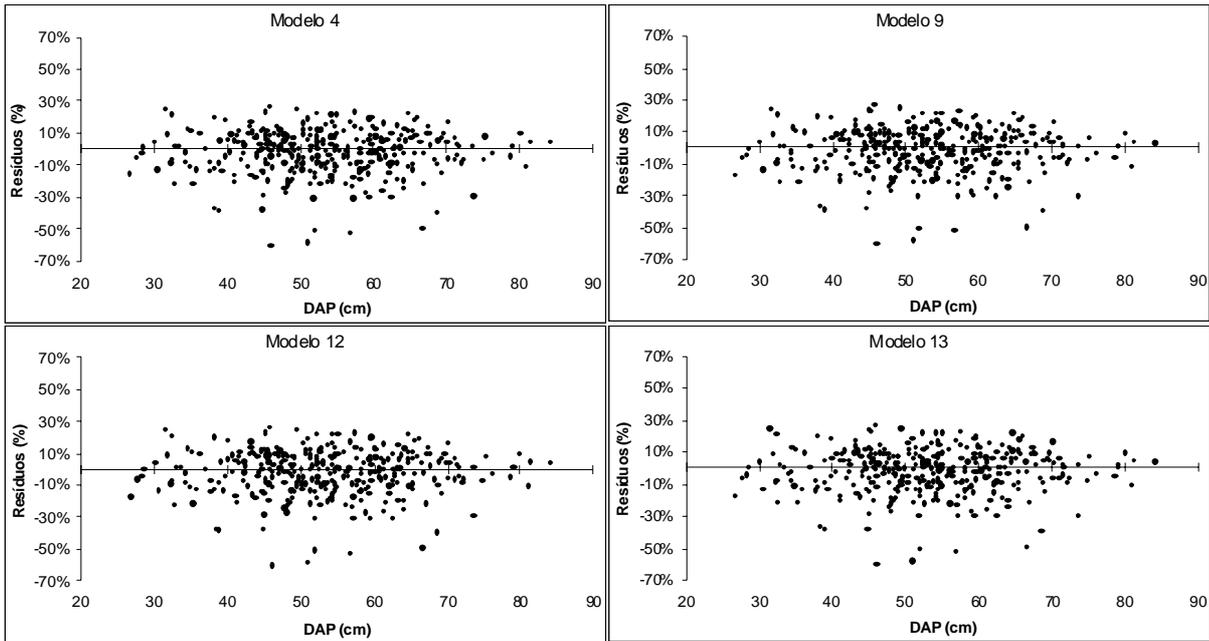


Figura 3. Distribuição gráfica dos resíduos em %, em função do DAP para a altura total para os modelos 4, 9, 12 e 13.

Ao analisar a Figura 3, observa-se que as distribuições gráficas dos resíduos em porcentagem tiveram aproximadamente o mesmo comportamento, com os maiores valores residuais enquadrando-se entre 30 % e -30 %, com exceção de 8 a 10 árvores que apresentaram valores abaixo de -30 %, principalmente para os modelos 12 e 13.

Complementando a análise, traçaram-se as linhas estimativas da variável dependente (h_i) por entre a nuvem de pontos observados de altura(m) sobre DAP(cm) para os quatro modelos considerados na distribuição gráfica de resíduos. Observa-se então na Figura 4 que o comportamento dessas linhas para esses quatro modelos ajustados é bastante similar.

Nota-se também nessa figura que as curvas hipsométricas para os quatro modelos ajustados se

comportam bem aos dados observados em toda a sua extensão, não apresentando discrepâncias muito acentuadas. Observa-se, ainda nessa mesma figura, que as curvas hipsométricas são pouco íngrimes, como se espera em povoamentos com idades já avançadas para a espécie, ou então, crescendo em sítios de qualidade média ou baixa, como é o caso do bosque em estudo. Entretanto, nota-se claramente que existe regressão entre altura e DAP, pois ao aumentar o diâmetro, a tendência da altura também é aumentar, embora essa tendência seja fraca.

Através do teste t, verificou-se que os coeficientes b_i 's dos modelos de Stoffels & Van Soest e de Henriksen foram significativos a um nível de 1 % de significância. No entanto, para os modelos 12 e 13, os b_i 's não foram significativos ao mesmo nível de significância.

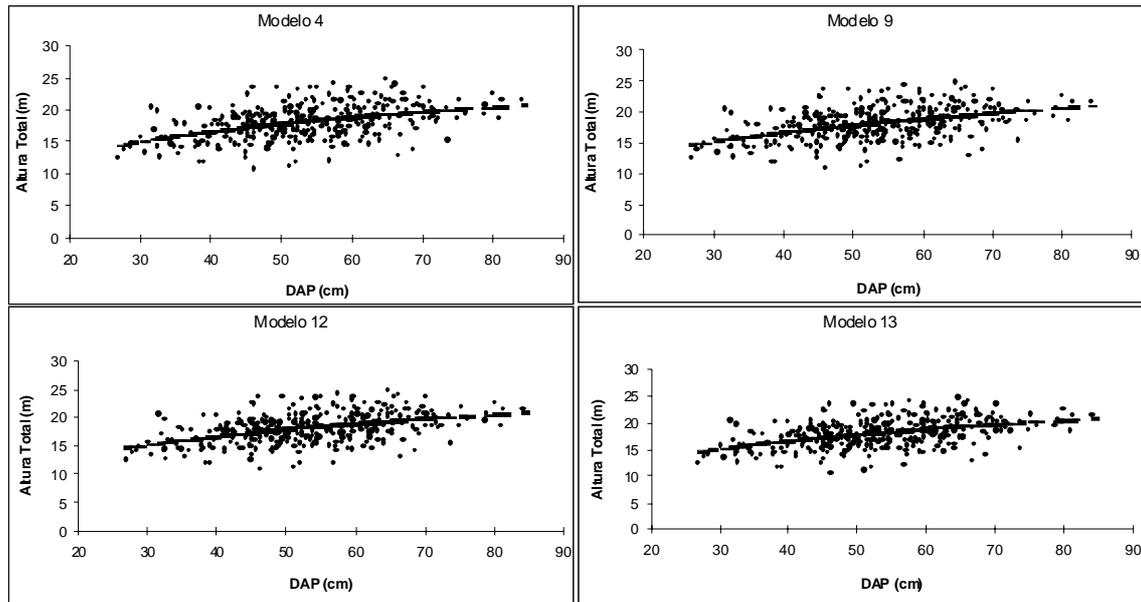


Figura 4. Dispersão dos valores observados sobre a curva ajustada pelos modelos 4, 9, 12 e 13.

Escolha da melhor equação para a altura do fuste

Os mesmos modelos constantes da Tabela 1 foram utilizados para ajuste da relação hipsométrica para a altura de fuste em relação ao DAP. Considerou-se a altura de fuste a distância vertical ao longo do eixo da árvore definida entre a superfície do solo e a base da copa (FINGER, 1992). Essa altura é bem evidente na *Araucaria angustifolia*.

A relação hipsométrica para essa variável é determinada da mesma forma que para a altura total, apesar da altura de fuste não ser uma variável determinada pela biologia da espécie como a altura total, pois um indivíduo crescendo isoladamente terá uma

altura de fuste muito menor que um indivíduo vivendo em associação em uma floresta ou povoamento. Se a relação hipsométrica para altura total (h_t), é afetada pela espécie, posição sociológica, idade, tamanho de copa, densidade, sítio e práticas silviculturais em geral. O mesmo acontece com a relação altura de fuste sobre diâmetro (h_f/d). A influência destes fatores determinam a intensidade de ramificações ou galhos ao longo do fuste, conseqüentemente, seu comprimento e a forma do fuste.

Na Tabela 4 estão apresentados os coeficientes e estatísticas de ajuste e precisão para o mesmos modelos ajustados para a relação hipsométrica h_f/d .

Tabela 4. Coeficientes e estatísticas dos 13 modelos testados para a relação altura de fuste sobre DAP (h_f/d).

Nº	b_0	b_1	b_2	R^2_{corr}	$Sy_{x_{recal}}$	$Sy_{x\%_{recal}}$	F_{calc}	valor-p
1	11,6523	0,0845		0,1344	2,295	14,201	53,31	2,08E-12
2	13,9463	0,0007		0,1236	2,310	14,289	48,51	1,73E-11
3	20,2839	-210,3557		0,1411	2,286	14,145	56,38	5,42E-13
4	-1,2814	4,4096		0,1407	2,287	14,148	56,20	5,87E-13
5	0,3687	2,0779		0,1315	2,299	14,445	56,45	5,27E-13
6	8,0913	0,2225	-0,0013	0,1388	2,290	14,165	28,15	5,01E-12
7	-2,3553	1,0108	0,0446	0,1191	2,316	14,638	782,17	6,02E-127
8	3,0381	-13,6624		0,1416	2,286	14,135	57,14	3,90E-13
9	1,6431	0,2850		0,1393	2,289	14,153	56,30	5,62E-13
10	2,9670	-11,9920	0,0007	0,1391	2,289	14,155	28,53	3,61E-12
11	3,0614	-15,8686	49,4701	0,1391	2,289	14,155	28,51	3,69E-12
12	18,8741	0,7323	0,0316	0,1390	2,289	14,163	40,14	2,36E-16
13	19,0995	0,0273	0,5952	0,1390	2,289	14,162	40,21	2,23E-16

Os ajustes e precisões dos modelos ajustados para a altura de fuste (m) em função do DAP são ligeiramente inferiores aos encontrados para a função hipsométrica h_f/d , como se pode observar comparando-se os valores das Tabelas 3 e 4. Os erros padrões da estimativa em percentagem para este caso foram também ligeiramente piores do que no caso anterior. Se a função h_f/d já é uma relação fraca, a relação h_f/d é ainda mais fraca.

Os R^2_{corr} variaram de 0,1191 para o modelo 7 a 0,1416 para o modelo 8, valores estes muito baixos. Os erros padrões da estimativa em percentagem variaram de 14,638 % para o modelo 8 a 14,289 % para o modelo 2, valores esses aceitáveis para a relação hipsométrica. A amplitude de variação dos R^2_{corr} e dos erros padrões da estimativa são bem pequenos (Tabela 4). Isto indica que nenhum dos 13 modelos ajustados apresentou grande supremacia sobre os demais com relação a estes dois estimadores de precisão.

Os modelos de Curtis, na forma aritmética (modelo 3) e na sua forma logarítmica (modelo 8) foram os de melhor ajuste e precisão (Tabela 4). Os dois modelos não lineares ajustados (modelos 12 e 13) também estiveram entre os de melhor desempenho. Dentre todos os modelos testados, o de Prodan (modelo 7) foi o de pior desempenho.

Também neste caso, o teste t indicou que para os modelos de Curtis, tanto na sua forma aritmética como

logarítmica, os b_1 's foram significativos ao nível de 1 % de significância. Novamente, para os modelos não-lineares, os b_i 's foram não significantes para o mesmo nível de a.

Os valores corrigidos do erro padrão da estimativa são relativamente maiores que os encontrados na relação h_f/d . Isto se deve ao maior coeficiente de variação da altura de fuste (Tabela 2), demonstrando que a variável h_f é sensivelmente afetada pelos fatores que interagem com a relação hipsométrica para a espécie em questão.

O fator importante e determinante no comprimento do fuste da espécie *Araucaria angustifolia*, que engloba todas as variáveis de influência na relação hipsométrica, é a desrama natural. Neste processo, a densidade das copas, em povoamentos ou florestas densas, inibe a passagem de luz e o crescimento dos galhos e, por conseguinte, promovem a queda dos mesmos com o avanço da idade, tornando o fuste desprovido de galhos e formando uma copa umbeliforme, similar a um cálice. O processo de desrama é uma explicação para a maior variação da altura de fuste, comparativamente à altura total.

Seguindo o mesmo procedimento adotado para a altura total, também se construíram os gráficos de resíduos para as equações estimativas da altura do fuste (h_f) em função do DAP, neste caso, para as equações

3, 8, 12 e 13. Estes gráficos estão apresentados na Figura 5 e mostram que os resíduos para os quatro modelos escolhidos não apresentam tendências ao longo da variação de diâmetros. No entanto, atingem valores em torno de -70 % para algumas poucas árvores com diâmetros entre 40 cm e 70 cm. Para o maior número de árvores, os valores estimados por estas quatro equações estão bem distribuídos e balanceados ao longo de toda amplitude da variação dos diâmetros.

Como um subsídio complementar às análises estatísticas e aos gráficos dos resíduos, traçaram-se as linhas estimativas obtidas pelas quatro equações escolhidas sobre a nuvem de pontos observados, resultantes das alturas de fuste (h_f), sobre os DAP's, conforme mostra a Figura 6. Como pode ser observado nessa figura, o comportamento das linhas estimativas para as quatro equações testadas é bastante similar, tal qual ocorreram no caso das equações da altura total sobre o DAP. Os comentários feitos para a Figura 4 são válidos para a Figura 6.

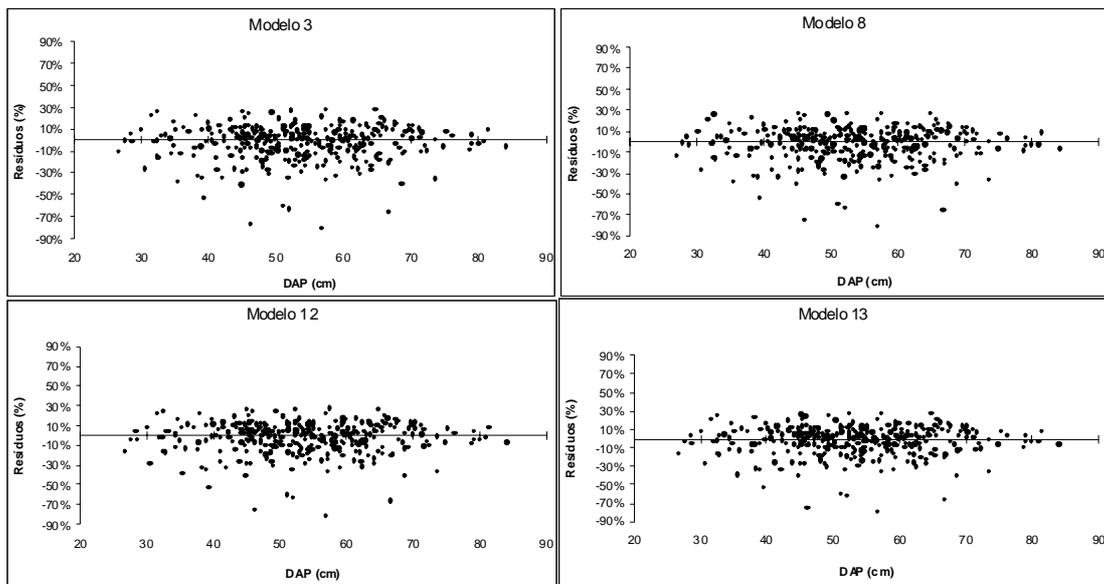


Figura 5. Distribuição dos resíduos para os modelos selecionados, 3, 8, 12 e 13, para a estimativa da altura do fuste.

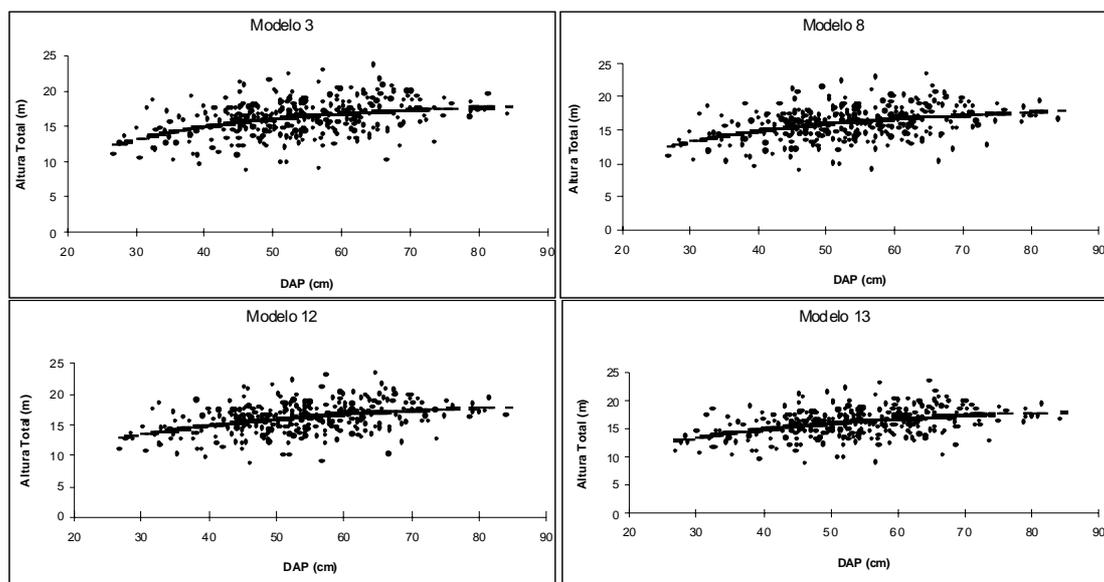


Figura 6. Dispersão dos valores observados sobre a curva altura de fuste sobre DAP para os modelos 3, 8, 12 e 13.

No caso de florestas “clímax”, a competição entre indivíduos faz com que surjam extratos diferentes, ocorrendo indivíduos dominantes, co-dominantes e dominados, e uma variação diferente para as duas variáveis, assim possibilitando, ao longo dos anos, uma curva hipsométrica mais estável, ocorrendo uma associação de diferentes diâmetros para uma mesma altura. Para a altura de fuste, essa competição entre os indivíduos faz com que o número de galhos no fuste da árvore diminua, aumentando seu comprimento para a *Araucaria angustifolia*, que possui desrama natural, sendo então a relação h_f/d mais afetada por fatores externos tais como: densidade, posição sociológica, etc.

Relação da altura total com a altura de fuste

Relação dendrométrica é uma relação entre partes mensuráveis da árvore, como a relação do diâmetro à altura de corte ou do solo com DAP, diâmetro de copa com o DAP, etc. Esses tipos de relações são comumente usados em perícias florestais onde parte da floresta foi extraída, queimada, etc, e há a necessidade de sua quantificação posteriormente ao acontecido.

No presente caso, foi pesquisada a relação funcional para se estimar a altura total (h_t) em relação a altura do fuste (h_f). Normalmente, a altura do fuste é de mais fácil medição do que a altura total, notadamente no caso da araucária crescendo em ambiente fechado. Trata-se de uma relação linear, com coeficiente de correlação alto, principalmente para a mesma espécie desenvolvendo-se em um mesmo ambiente. Experiências têm demonstrado que a equação da linha reta se ajusta bem a tal relação.

A equação ajustada para essa relação foi a seguinte: $h_t = 2,0231 + 0,9956 \cdot h_f$. Esta equação apresentou um R^2 bastante alto (0,8806) e $Sy_{x\%}$ bastante baixo (4,9995 %).

A linha estimativa resultante da equação ajustada passa por cima, ou muito próxima dos valores observados da altura total sobre a altura do fuste, como mostra a

Figura 7, comprovando-se assim uma forte relação linear ascendente entre estas duas variáveis.

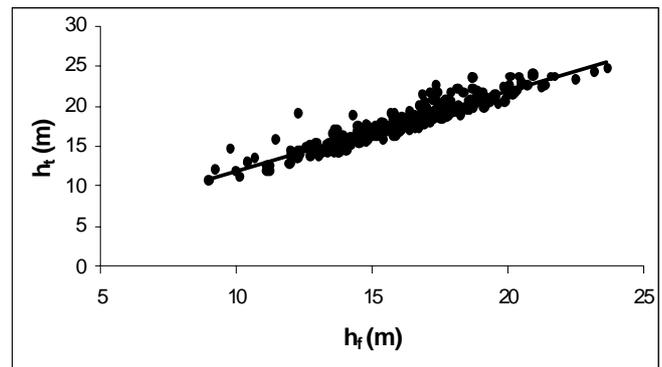


Figura 7. Representação gráfica da relação dendrométrica h_t/h_f , obtida através do modelo linear sobre os valores observados.

Conclusões

- Pela dispersão dos dados altura sobre DAP, pode-se concluir que a relação diâmetro versus altura total não é forte para esse fragmento de floresta.
- Dentre os modelos utilizados, dois não eram tratados como modelos hipsométricos, principalmente a equação de Chapman & Richards, e se comportam de forma equivalente a modelos tradicionais usados desde 1932, como é o caso do modelo de Trorey.
- Os resultados indicaram que os modelos de melhor performance para a estimativa da altura total e da altura do fuste em função do DAP foram, respectivamente, o de Stoffels & Van Soest e de Curtis, na sua forma logarítmica ou aritmética. O modelo de Henricksen pode também ser usado para o primeiro caso.
- A correlação existente entre altura total e altura de fuste para a araucária é muito forte, caracterizando uma relação linear ascendente com a linha estimativa passando sobre, ou muito próxima, dos valores observados.

Referências

- AZEVEDO, C. P. de; MUROYA, K.; GARCIA, L. C.; LIMA, R. M. B. de; MOURA, J. B. de; NEVES, E. J. M. Relação hipsométrica para quatro espécies florestais em plantio homogêneo e em diferentes idades na Amazônia ocidental. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 39, p. 5-29, jul./dez. 1999.
- BARROS, D. A. de; MACHADO, S. do A.; ACERBI JUNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n.45, p. 3-28, jul./dez. 2002.
- BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Dinâmica da relação hipsométrica em função da idade, do sítio e da densidade inicial de povoamentos de bracatinga da região metropolitana de Curitiba, Paraná. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 4, p. 517-533, 2004.
- CALDEIRA, M. V. W.; SCHUMACHER, M. V.; SHEEREN, L. W.; BARICHELLO, L. R.; WATZLAWICK, L. F.; Relação hipsométrica para *Acacia mearnsii* com diferentes idades. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 57-68, jul./dez. 2002.
- CARDOSO, D. J.; MACHADO, S. do A.; ROSOT, N.C.; EMERENCIANO, D. B. Avaliação da influência dos fatores idade e sítio na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do estado do Paraná. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 19, n. 1, p. 96-115, 1989.
- CHAPMAN, H. H.; MEYER, W.H. **Forest mensuration**. New York: Mcgraw-Hill, 1949. 522 p.
- FINGER, C. A. G. **Fundamentos da biometria florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC, 1992, 269 p.
- Fundação de pesquisas florestais do Paraná. **Inventário florestal do pinheiro no sul do Brasil**: relatório final. Curitiba: FUPEF: IBDF, 1978, 327 p.
- FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Manual técnico da vegetação brasileira. Rio de Janeiro, 1992. 92 p. (Séries Manuais técnicos em geociência, 1).
- LEITE, P. F. **As diferentes unidades fitoecológicas da Região Sul do Brasil**: proposta de classificação. Curitiba, 1994. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MACHADO, S. A.; BAILEY, R. L.; BASSO, S. F.; BEVILACQUA JUNIOR, V. G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito à idade para plantações de *Pinus elliotti* no Paraná. **Revista Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 5-12, 1994.
- MACHADO, S.do A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava, Paraná: Editora Unicentro, 2006, 316 p.
- RONDON NETO, R. M.; KOZERA, C.; ANDRADE, R. do R. de; CECY, A. T.; HUMMES, P. A.; FRITZSONS, E.; CALDEIRA, M. V. W.; MACIEL, M. de N. M.; SOUZA, M. K. F. de. Caracterização florística e estrutural de um fragmento de floresta ombrófila mista, em Curitiba, PR, Brasil. **Floresta**. Curitiba, v. 32, n. 1, p. 3-16, jan./jun. 2002.
- SCHIMIDT, P. B. Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L. **Floresta**, Curitiba, v. 8, n. 1, p.24-27, 1977.

Recebido em 22 de fevereiro de 2007 e aprovado em 28 de agosto de 2008