

## Relações dendrométricas em fragmentos de povoamentos de pinus em Minas Gerais

Emanuel José Gomes de Araújo<sup>1</sup>, Allan Libanio Pelissari<sup>1</sup>, Hassan Camil David<sup>1</sup>, Rodrigo Otávio Veiga de Miranda<sup>1</sup>, Sylvio Péllico Netto<sup>1</sup>, Vinícius Augusto Moraes<sup>2</sup>, José Roberto Soares Scolforo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Paraná, Departamento de Ciências Florestais, Av. Prof. Lothário Meissner, 632, CEP 80210-170, Curitiba, PR, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Florestais, Campus Universitário, CEP 37200-000, Lavras, MG, Brasil

\*Autor correspondente:  
ejgaraujo@gmail.com

**Termos para indexação:**  
Distribuição diamétrica  
Modelos hipsométricos  
Funções de afilamento  
Modelos volumétricos

**Index terms:**

Diameter distribution  
Hypsometric models  
Taper  
Volumetric models

**Histórico do artigo:**

Recebido em 21/08/2012  
Aprovado em 10/12/2012  
Publicado em 28/12/2012

doi: 10.4336/2012.pfb.32.72.355

**Resumo** - O objetivo do presente trabalho foi ajustar modelos de distribuição diamétrica, relação hipsométrica, afilamento e volume, a fim de caracterizar as relações dendrométricas para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970 na região da Reserva de Desenvolvimento Sustentável Veredas do Acari, norte do estado de Minas Gerais. Foi realizada a identificação dos fragmentos de *Pinus* sp. e efetuado o seu mapeamento. Foram coletados dados biométricos das árvores para as modelagens da distribuição diamétrica, relação hipsométrica, afilamento e volume individual. O critério de seleção dos modelos consistiu na avaliação do coeficiente de determinação ajustado, erro padrão da estimativa em porcentagem, teste F, significância dos coeficientes de regressão e análise gráfica de resíduos. A função Beta e os modelos de Naslund, Max-Burkhardt e Schumacher-Hall são adequados para descrever, respectivamente, a distribuição diamétrica, a relação hipsométrica, o afilamento e o volume individual para *Pinus* sp. em fragmentos de povoamentos da década de 1970 na região norte do estado de Minas Gerais.

### ***Dendrometric relationship in fragments of pine stands in Minas Gerais***

**Abstract** - The aim of this work was to adjust diameter distribution, hypsometric relation, taper and volume models to characterize the dendrometric relations on remaining fragments of *Pinus* sp. from stands of the 1970s, in the region where the Reserva de Desenvolvimento Sustentável Veredas do Acari is located, north of the state of Minas Gerais. The identification of the *Pinus* sp. fragments and its mapping was made. Biometric data were gathered from trees for modeling the diameter distribution, hypsometric relationship, taper and tree volume. The selection criteria for the models consisted on evaluation of the adjusted determination coefficient, standard error of estimate in percentage, F-test, regression coefficients significance and residuals graphical analysis. The Beta function, Naslund, Max-Burkhardt and Schumacher-Hall models were adequate to describe, respectively, diameter distribution, hypsometric relationship, taper and tree volume for *Pinus* sp., on fragments of the 1970s, in the state of Minas Gerais.

## Introdução

Com os incentivos fiscais disponíveis entre as décadas de 1960 e 1980, diversas regiões do Brasil foram ocupadas com plantios florestais, principalmente de espécies dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus*. Dentre essas áreas, encontra-se atualmente a Reserva de Desenvolvimento Sustentável Veredas do Acari no estado de Minas Gerais, a qual era ocupada por plantios extensos de *Pinus* sp. No entanto, o encerramento da política de incentivos fiscais, em meados da década de 1980, provocou a redução da área total plantada e a formação de fragmentos remanescentes, os quais são importantes para a obtenção de parâmetros que permitem avaliar o potencial produtivo das florestas de pinus ao longo do tempo.

Na caracterização da estrutura de uma floresta, a distribuição diamétrica é considerada uma ferramenta simples e importante, pois, de maneira geral, o diâmetro se correlaciona bem com outras variáveis, como altura, volume, custo de conversão e tipificação de produtos (Bailey & Dell, 1973; Arce, 2004). Além disso, para que os povoamentos florestais sejam manejados com sucesso, a realização de inventários é indispensável, entretanto, a estimativa das alturas das árvores é considerada uma operação onerosa e sujeita aos erros de medição. Assim, é comum o uso da relação hipsométrica, definida como uma relação matemática entre a altura da árvore e o seu diâmetro a 1,3 m do solo (Imaña Encinas et al., 2002; Scolforo, 2005; Hosokawa et al., 2008).

Para a avaliação de sortimentos dessas florestas, as funções de afilamento representam uma ferramenta importante no planejamento da utilização dos recursos florestais, na avaliação do manejo empregado e na viabilidade econômica, uma vez que descrevem, matematicamente, o perfil longitudinal de um tronco (Conceição, 2004; Pires & Calegario, 2007; Souza et al., 2008). Além disso, o fornecimento da variável volume constitui-se uma das informações de maior importância para o conhecimento do potencial disponível em um povoamento florestal e, por meio da estimativa com modelos matemáticos, fornece subsídios para a avaliação do estoque de madeira (Machado et al., 2002; Thomas et al., 2006).

Diante do exposto, o objetivo do presente trabalho foi ajustar modelos de distribuição diamétrica, relação hipsométrica, afilamento e volume, a fim de caracterizar as relações dendrométricas para *Pinus* sp. em fragmentos

remanescentes de povoamentos implantados na década de 1970 no estado de Minas Gerais.

## Material e Métodos

### Caracterização da área de estudo

O estudo foi desenvolvido em fragmentos de plantios de *Pinus* sp. implantados na década de 1970 e localizados na Reserva de Desenvolvimento Sustentável Veredas do Acari (RDS-VA), região norte do estado de Minas Gerais, abrangendo os municípios de Urucuia e Chapada Gaúcha, nas latitudes 15°31'12" S 15°45'17" S e longitudes 45°13'11" W e 45°36'55" W. A reserva possui área total de 58.780 hectares e a vegetação predominante é o Cerrado *Sensu Stricto* (Minas Gerais, 2009). A região é caracterizada por extensas áreas úmidas com veredas, as quais são tipologias campestres e se enquadram como áreas de preservação permanente (Scolforo & Carvalho, 2006). O clima é do tipo C2 - Subúmido, com precipitação média anual de 1.200 mm e temperatura média anual de 22 °C (Carvalho et al., 2008). Os solos predominantes são do tipo LATOSSOLO (Curi et al., 2008).

### Coleta de dados

Foi realizada a identificação dos fragmentos de *Pinus* sp. e efetuado o seu mapeamento na RDS-VA por meio do processamento de imagens aéreas e aferições em campo. Em seguida, foi realizado o censo e a mensuração dos diâmetros a 1,3 m do solo de, aproximadamente, 82.000 árvores. Além disso, foram cubados 161 indivíduos pelo método de Huber (Scolforo & Thiersch, 2004), considerando seções com comprimento de 1,0 m e contemplando diferentes classes de diâmetro. Desse total, 130 árvores foram utilizadas para as modelagens dendrométricas e as demais para a validação dos ajustes dos modelos hipsométricos, de afilamento e de volume individual. No caso dos modelos de distribuição diamétrica, foram utilizados os diâmetros das árvores medidas no censo. Na Tabela 1 está apresentada a análise estatística descritiva das principais variáveis em estudo.

### Ajuste e avaliação dos modelos

Foram ajustadas seis funções de densidade probabilística (Tabela 2) para a modelagem da distribuição dos diâmetros, aplicando o método da máxima verossimilhança. Além disso, foram verificados os ajustes de oito modelos que retratam a relação hipsométrica (Tabela 3), seis funções de afilamento não-segmentadas e duas segmentadas

(Tabela 4) para a estimativa de diâmetros ao longo do fuste, e a determinação do volume individual por meio de três modelos volumétricos de simples entrada e cinco de dupla entrada (Tabela 5).

O critério de avaliação dos ajustes obedeceu, inicialmente, ao menor erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) e ao maior coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ). Também foram avaliados o

teste F, a significância dos coeficientes de regressão ( $\beta_i$ ), a partir do p-valor, considerando o nível de significância de 5%, e a análise gráfica de resíduos. A validação consistiu na aplicação das equações selecionadas e na avaliação do  $S_{yx}$  % da validação ao conjunto de 31 árvores não utilizadas nos ajustes. Para as equações que apresentaram valor de  $\beta_i$  não significativos, os modelos reduzidos foram ajustados com a exclusão desses coeficientes.

**Tabela 1.** Análise estatística descritiva do diâmetro a 1,3 m do solo (DAP), altura total (H) e volume individual (V) para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Variável	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação (%)
DAP (cm)	8,24	22,38	23,25	48,19	10,02	43,10
H (m)	5,50	15,35	15,03	24,50	4,31	28,68
V (m <sup>3</sup> )	0,017	0,296	0,377	1,364	0,331	87,80

**Tabela 2.** Modelos de distribuição diamétrica ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Denominação	Modelo
1 Normal	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} + \varepsilon_i$
2 Log-normal	$f(x) = \frac{1}{x(\sqrt{2\pi}\sigma^2)} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2} + \varepsilon_i$
3 Gama	$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} + \varepsilon_i$
4 Beta	$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)(L_S - L_I)^{\alpha+\beta-1}} (x - L_I)^{\alpha-1} (L_S - x)^{\beta-1} + \varepsilon_i$
5 Weibull	$f(x) = \frac{\zeta}{b} \left(\frac{x - \mu}{b}\right)^{\zeta-1} e^{-\left(\frac{x-\mu}{b}\right)^\zeta} + \varepsilon_i$
6 $S_B$ de Johnson	$f(x) = \frac{\delta \cdot \lambda}{\sqrt{2\pi}(x - \epsilon)(\lambda + \epsilon - x)} e^{\left\{-\frac{1}{2}\left[\gamma + \delta \cdot \ln\left(\frac{x-\epsilon}{\lambda-\epsilon-x}\right)\right]^2\right\}} + \varepsilon_i$

x = variável;  $\mu$  e  $\sigma$  = média aritmética e desvio padrão da variável aleatória; e = exponencial;  $\pi$  = constante “pi”;  $\alpha$  = parâmetro de forma;  $\beta$  = escala da distribuição;  $\Gamma$  = função gama;  $L_I$  e  $L_S$  = limites inferior e superior da distribuição;  $\mu$  = parâmetros de localização;  $b$  e  $\zeta$  = parâmetros de escala e forma da distribuição;  $\epsilon$  = parâmetro de limite inferior;  $\lambda$  = amplitude;  $\delta$  = assimetria;  $\gamma$  = curtose da distribuição; e  $\varepsilon_i$  = erro aleatório.

**Tabela 3.** Modelos de relação hipsométrica ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Nº	Denominação	Modelo
1	Henricksen	$H = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \varepsilon_i$
2	Assmann	$H = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1}{DAP} \right) + \varepsilon_i$
3	Trorey	$H = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \varepsilon_i$
4	Curtis	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1}{DAP} \right) + \varepsilon_i$
5	Petterson	$\frac{1}{(H - 1,3)} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1}{DAP} \right) + \varepsilon_i$
6	Naslünd	$H = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2} + 1,3 + \varepsilon_i$
7	Stoffels	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \varepsilon_i$
8	Naslünd genérica	$H = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP^2} + 1,3 + \varepsilon_i$

DAP = diâmetro, com casca, a 1,3 m do solo (cm); H = altura total (m); ln = logaritmo neperiano;  $\beta_i$  = coeficientes de regressão;  $\varepsilon_i$  = erro aleatório.

Nos casos em que o modelo volumétrico ajustado apresentou a variável dependente na forma logarítmica, a discrepância logarítmica na estimativa dessa variável foi corrigida multiplicando-se o valor estimado pelo fator de correção de Meyer (FM), conforme metodologia aplicada por Machado et al. (2008):

$$FM = e^{0,5 \cdot S_{yx}^2}$$

Em que: = fator de correção de Meyer; = exponencial; e = erro padrão de estimativa, em unidades logarítmicas.

As funções de densidade probabilística (f.d.p) foram ajustadas com as árvores distribuídas em dez classes de diâmetro a 1,3 m do solo e intervalos entre classes de 3,0 cm. Foi aplicado o teste de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de 95% de probabilidade, para testar a aderência das funções de distribuição diamétrica aos dados

observados, conforme metodologia empregada por Machado et al. (2010) e Binoti et al. (2011), comparando a frequência acumulada observada com a frequência acumulada estimada, sendo a classe de maior divergência ( $D_{max}$ ) definida por:

$$D_{max} = \frac{\max |F_o(x) - F_e(x)|}{n}$$

Em que:  $F_o(x)$  = frequência acumulada observada;  $F_e(x)$  = frequência acumulada estimada; e  $n$  = frequência total.

Quando o valor de  $D_{max}$  for inferior ao tabelado, indica que as frequências observadas e estimadas são similares. Dessa forma, a função ajustada pode ser utilizada para descrever o conjunto de dados, enquanto o valor significativo indica inadequação do uso do modelo (Bartoszeck et al., 2004).

**Tabela 4.** Modelos de afilamento ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Denominação		Modelo
<b>Não-segmentado</b>		
1	Kozak	$\left(\frac{d}{DAP}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 + \varepsilon_i$
2	Schöepfer	$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h}{H}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h}{H}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h}{H}\right)^5 + \varepsilon_i$
3	Hradetzky	$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h}{H}\right)^{p_n} + \varepsilon_i$
4	Demaerschalk	$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \ln(1 - \beta_2 \cdot h^{\beta_3} \cdot H^{-\beta_3}) + \varepsilon_i$
5	Baldwin	$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \ln[1 - t(h^{1/3} \cdot H^{-1/3})] + \varepsilon_i$
6	Garcia	$\frac{d}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{\left(\frac{h}{H}\right)} + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right) + \varepsilon_i$
<b>Segmentado</b>		
7	Max-Burkhardt	$\frac{d}{DAP} = [\beta_1(X - 1) + \beta_2(X^2 - 1) + \beta_3(\alpha_1 - X)^2 I_1 + \beta_4(\alpha_2 - X)^2 I_2]^{0,5} + \varepsilon_i$
8	Parresol	$\frac{d}{DAP} = \{Z^2(\beta_1 + \beta_2 Z) + (Z - \alpha_1)^2[\beta_3 + \beta_4(Z + 2\alpha_1)]Y\}^{0,5} + \varepsilon_i$

d = diâmetro (cm) medido a uma altura ao longo do fuste; h = altura (m) medida ao longo do fuste;  $p_i$  = potências do modelo, sendo  $i = 0, 1, \dots, n$ ;  $t = 1 - e^{(-\beta_0 \beta_1^{-1})}$ ;  $X = h/H$ ;  $I_1 = 1, se X \leq \alpha_1$ ;  $I_2 = 1, se X \leq \alpha_1$ ;  $Z = (h - H)/H$ ;  $Y = 1, se Z \geq \alpha_1$ ; DAP, H,  $\beta_i$ , ln e  $\varepsilon_i$ , conforme descritos anteriormente.

**Tabela 5.** Modelos volumétricos ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Denominação		Modelo
<b>Simples entrada</b>		
1	Kopezky-Gehrhardt	$V = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 + \varepsilon_i$
2	Hohenadl-Krenn	$V = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \varepsilon_i$
3	Husch	$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP) + \varepsilon_i$
<b>Dupla entrada</b>		
4	Spurr	$V = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 H + \varepsilon_i$
5	Schumacher-Hall	$V = \beta_0 DAP^{\beta_1} H^{\beta_2} + \varepsilon_i$
6	Stoate	$V = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 + \beta_2 DAP^2 H + \beta_3 H + \varepsilon_i$
7	Naslund	$V = \beta_1 DAP^2 + \beta_2 DAP^2 H + \beta_3 DAP H^2 + \beta_4 H^2 + \varepsilon_i$
8	Spurr logarítmico	$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 \ln(DAP^2 H) + \varepsilon_i$

V = volume da árvore (m<sup>3</sup>); e DAP, H,  $\beta_i$ , ln e  $\varepsilon_i$ , conforme descritos anteriormente.

## Resultados e Discussão

### Modelos de distribuição diamétrica

A distribuição diamétrica apresentou valor de assimetria de 0,246, considerado moderado (entre 0,15 e 1) e valor de curtose de -1,649, demonstrando que a distribuição apresenta uma curva de pico alto (leptocúrtica) com excesso negativo no valor de curtose (Bartoszeck, 2000).

Na Tabela 6 estão apresentados os parâmetros estatísticos e o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov das funções de densidade probabilística para a modelagem da distribuição diamétrica dos fragmentos de povoamentos em estudo.

Os ajustes das funções geraram valores de erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) entre 6% e 25%, aproximadamente, e coeficientes de determinação ajustado ( $R^2_{aj.}$ ) superiores a 0,9. O teste de Kolmogorov-Smirnov revelou que as funções empregadas apresentaram aderência satisfatória, ou seja, divergência ( $D_{max}$ ) não significativa, sendo que a função

de  $S_B$  de Johnson apresentou melhor aderência aos dados, seguida da função Weibull. Além disso, apresentaram os melhores desempenhos perante as outras estatísticas de precisão, resultados também observados por Netto (2008) para *Pinus taeda* e por Silva et al. (2009) para povoamentos de eucalipto.

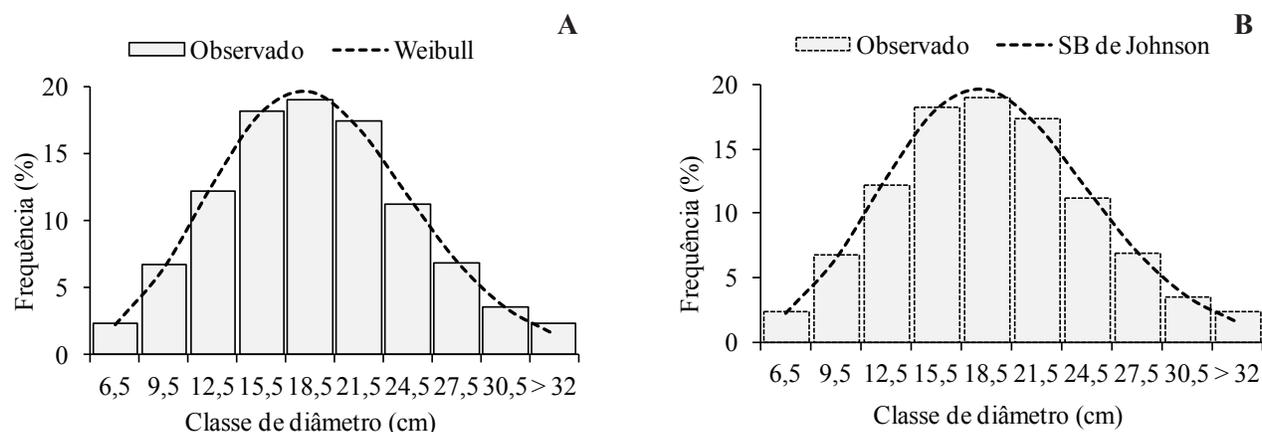
Na Figura 1 estão apresentadas as curvas de distribuição diamétrica, ajustadas pelas funções densidades probabilísticas Weibull (Figura 1A) e  $S_B$  de Johnson (Figura 1B), em relação ao histograma de frequência observada, para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos implantados na década de 1970 no estado de Minas Gerais.

A distribuição diamétrica seguiu tendência aproximadamente normal, com moda na classe cujo ponto central é 18,5 cm (Figura 2). Apesar da semelhança entre as estimativas, a função de  $S_B$  de Johnson apresentou a melhor aderência para as classes inferior e superior, assim como observado por Bartoszeck et al. (2004) em povoamentos de bracatinga no estado do Paraná.

**Tabela 6.** Estimativas dos parâmetros estatísticos e teste de aderência das funções de distribuição diamétrica para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

	Função					
	Normal	Log-normal	Gama	Beta	Weibull	S <sub>B</sub> de Johnson
	u = 18,4496*	u = 2,9494*	a = 9,1080*	a = 2,7990*	A = 3,7459*	g = 5,8640*
	s = 6,1746*	s = 0,3417*	b = 2,1487*	b = 3,3290*	B = 17,0151*	L = 227,8972*
	-	-	-	-	C = 2,7425*	e = -26,8348*
	-	-	-	-	-	y = 8,1487*
S <sub>yx</sub> %	7,84	14,60	9,33	12,99	7,66	6,27
R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub>	0,985	0,949	0,979	0,960	0,986	0,990
F	698*	195*	490*	249*	366*	366*
D <sub>max</sub>	0,017 <sup>ns</sup>	0,054 <sup>ns</sup>	0,029 <sup>ns</sup>	0,028 <sup>ns</sup>	0,009 <sup>ns</sup>	0,014 <sup>ns</sup>

u e s = média aritmética e desvio padrão da variável aleatória; a = parâmetro de forma; b = escala da distribuição; A = parâmetros de localização; B e C = parâmetros de escala e forma da distribuição; e = parâmetro de limite inferior; L = amplitude; g = assimetria; y = curtose da distribuição; <sup>ns</sup> = não significativo; e \* = significância a 5%.

**Figura 1.** Distribuições diamétricas observada e estimada pelas funções de distribuição Normal (A) e S<sub>B</sub> de Johnson (B), para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

### Modelos de relação hipsométrica

Na Tabela 7 estão apresentados os coeficientes e as estatísticas de precisão dos modelos hipsométricos ajustados, para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos implantados na década de 1970, no estado de Minas Gerais.

O erro padrão da estimativa percentual (S<sub>yx</sub> %) oscilou de 15,19% a 17,75% e o coeficiente de determinação ajustado (R<sup>2</sup><sub>aj.</sub>) variou de 0,694 a 0,926, sendo os valores do teste F significativos ao nível de significância de 5%. Resultados semelhantes foram obtidos por Barros et al. (2002) para *Pinus oocarpa* Schiede com 8 anos de idade,

por Dacosta (2008) para *Pinus taeda* L., e por Donadoni et al. (2010) para a *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Barret & Golfari e *Pinus tecunumanii* Eguluz & J. P. Perry.

A equação resultante para o modelo de Naslund genérica (8) foi considerado o mais adequado para estimar a altura total das árvores em estudo, com o menor S<sub>yx</sub> %, de 15,98%, o maior R<sup>2</sup><sub>aj.</sub>, igual a 0,926, e o valor F de 1.622. As equações dos modelos de Naslund (6) e de Naslund genérica (8) apresentaram desempenhos iguais de ajustes, devido ao coeficiente β<sub>1</sub> do modelo de Naslund (6) ter sido não significativo e retirado do mesmo.

**Tabela 7.** Estimativas dos parâmetros estatísticos dos modelos hipsométricos ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Nº	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$S_{yx}$ %	$R^2_{aj.}$	F
1	-7,8410*	7,5264*	-	16,86	0,724	455*
2	21,6297*	-121,3490*	-	17,75	0,694	338*
3	2,2999*	0,8000*	-0,0092*	16,88	0,723	223*
4	3,1793*	-9,5082*	-	16,21	0,745	415*
5	0,0256*	1,0597*	-	16,54	0,716	326*
6	6,2133*	0,2965 <sup>ns</sup>	0,0445*	15,19	0,925	812*
7	0,9206*	1,3197*	-	17,38	0,744	376*
8	9,3393*	0,0504*	-	15,98	0,926	1.622*
Modelo reduzido						
6	9,3393*	-	0,0504*	15,98	0,926	1.622*

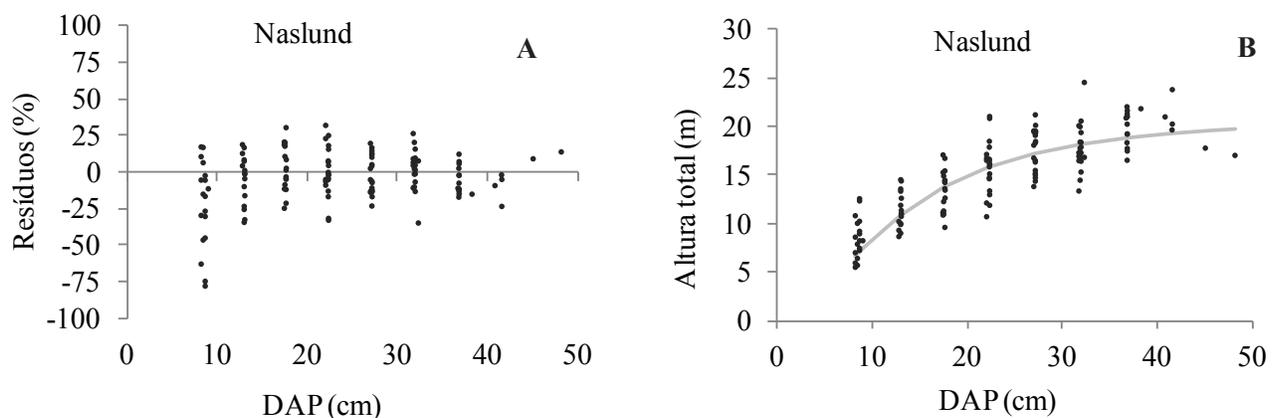
$b_i$  = coeficientes de regressão; <sup>ns</sup> = não significativo; e \* = significância a 5%.

Desta forma, foram elaborados os gráficos de dispersão dos resíduos da estimativa da altura total a partir do modelo de Naslund genérica (8) e a curva da relação hipsométrica estimada (Figura 2), em que foi verificada a variação de, aproximadamente,  $\pm 30\%$ , com a ligeira superestimação nos valores de altura total para as menores árvores do povoamento e subestimativas para os maiores diâmetros (Figura 2A). Contudo, não se constatou fortes tendências nas estimativas de altura total a partir da curva hipsométrica (Figura 2B), sendo observado o comportamento esperado para esta relação, conforme observado por Machado et al. (1994) para *Pinus elliottii* Engelm., por Barros et al. (2002) para *Pinus oocarpa* e por Donadoni et al. (2010) para *Pinus* tropicais.

### Modelos de afilamento

Na Tabela 8 estão apresentados os coeficientes e as estatísticas de precisão das funções de afilamento ajustadas para *Pinus* sp. em fragmentos de povoamentos implantados na década de 1970, no estado de Minas Gerais.

Os ajustes apresentaram erros padrões da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) de até 15% e coeficientes de determinação ajustados ( $R^2_{aj.}$ ) maiores que 0,9, com o menor  $S_{yx}$  % e o maior  $R^2_{aj.}$  observados no ajuste do modelo segmentado de Max-Burkhardt (7), seguido pelo modelo segmentado de Parresol (8) e pelo não-segmentado de Hradetzky (3), cujas potências selecionadas foram 0,7; 7; 0,005 e 4. O modelo de Kozak (1) apresentou os ajustes menos satisfatórios, o que demonstra a sua menor flexibilidade (Yoshitani Junior et al., 2012). Tendências



**Figura 2.** Distribuição dos resíduos (A) e curva hipsométrica estimada (B) pelo modelo de Naslund e para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

semelhantes foram observadas por Figueiredo Filho & Schaaf (1999) e por Assis et al. (2001) para *Pinus elliottii* e *Pinus taeda*, respectivamente, no estado do Paraná, e por Souza et al. (2008) para *Eucalyptus* sp. no estado da Bahia.

Os valores do teste F e dos coeficientes de regressão ( $b_i$ ) foram significativos e, assim, foram elaborados os gráficos de distribuição dos resíduos e do perfil da relação  $d_i \text{ DAP}^{-1}$  em função do  $h_i \text{ H}^{-1}$  para o modelo selecionado de Max-Burkhardt (Figura 3), o qual apresentou erro padrão da estimativa de validação de 9,12%.

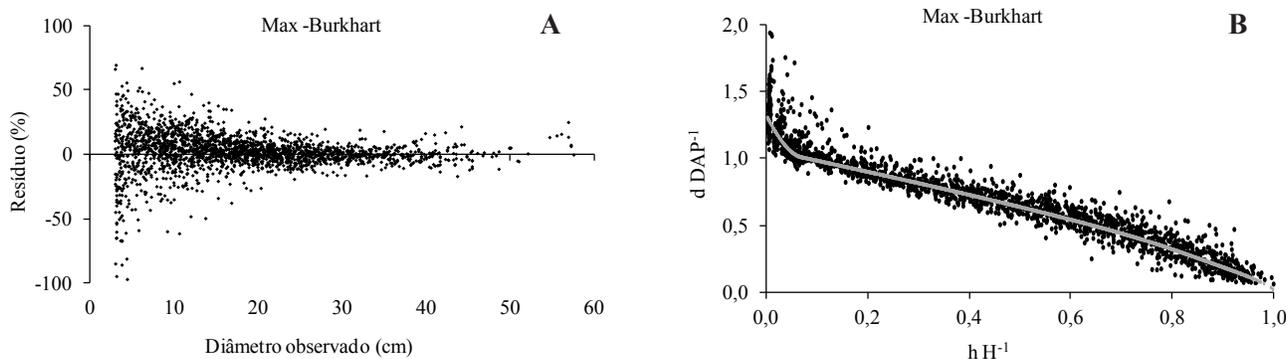
A análise gráfica dos resíduos permitiu verificar a sua boa dispersão em função do diâmetro observado

(Figura 3A), enquanto a avaliação do perfil (Figura 3B) demonstrou a aderência adequada dos valores estimados aos observados, estimando os diâmetros de maneira tal que a base do tronco se assemelha a um neilóide (Machado et al., 2006), seguido pelo formato parabolóide e conóide (Machado & Figueiredo Filho, 2006), o que possibilita estimar os diâmetros ao longo do fuste, obter a altura comercial em diâmetros estabelecidos e determinar os volumes para multiprodutos da madeira, por meio da integração do sólido seccional do tronco, via rotação da função de afilamento ajustada em torno do eixo das abcissas ( $h \text{ H}^{-1}$ ).

**Tabela 8.** Estimativas dos parâmetros estatísticos das funções de afilamento ajustadas para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Nº	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$S_{yx}$ %	$R^2_{aj.}$	F
1	-	-	1,498*	-3,111*	1,735*	-	-	-	15,14	0,935	5.832*
2	-	-	1,314*	-4,269*	16,461*	-34,515*	32,847*	-11,820*	10,80	0,967	6.164*
3	-	-	16,142*	-0,497*	0,202*	-15,195*	-0,591*	-	10,22	0,970	8.240*
4	-	-	0,227*	0,944*	-0,448*	0,413*	-	-	11,79	0,960	52.239*
5	-	-	1,346*	0,523*	-	-	-	-	10,84	0,967	86.899*
6	-	-	1,303*	-0,556*	-0,578*	-	-	-	11,94	0,959	13.433*
7	0,070*	0,802*	-3,505*	1,661*	126,660*	-1,102*	-	-	9,60	0,974	183.092*
8	0,851*	-	2,468*	-1,532*	-590,51*	231,33*	-	-	10,12	0,971	48.375*

$b_i$  = coeficientes de regressão; e \* = significância a 5%.



**Figura 3.** Distribuição dos resíduos (A) e perfil estimado do fuste pelo modelo de afilamento de Max-Burkhardt (B) para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

### Modelos volumétricos

Na Tabela 9 estão apresentados os coeficientes e as estatísticas de precisão dos modelos volumétricos ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Os valores de erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) foram de, no máximo, 24% para os modelos de simples entrada (1) a (3), ao passo que os melhores resultados foram observados para os modelos de dupla entrada (4) a (8). Esses também apresentaram valores de coeficientes de determinação ajustados ( $R^2_{aj.}$ ) superiores a 0,9.

O modelo de dupla entrada de Spurr logarítmico (8) resultou no pior desempenho, enquanto os modelos de Hohenadl-Krenn (2), Stoate (6) e Naslund (7) apresentaram coeficientes de regressão não significativos e, a partir da retirada desses, as equações para os modelos reduzidos apresentaram a elevação do  $S_{yx}$  % e do  $R^2_{aj.}$  O modelo de Schumacher-Hall (5) propiciou o melhor ajuste e as estimativas mais

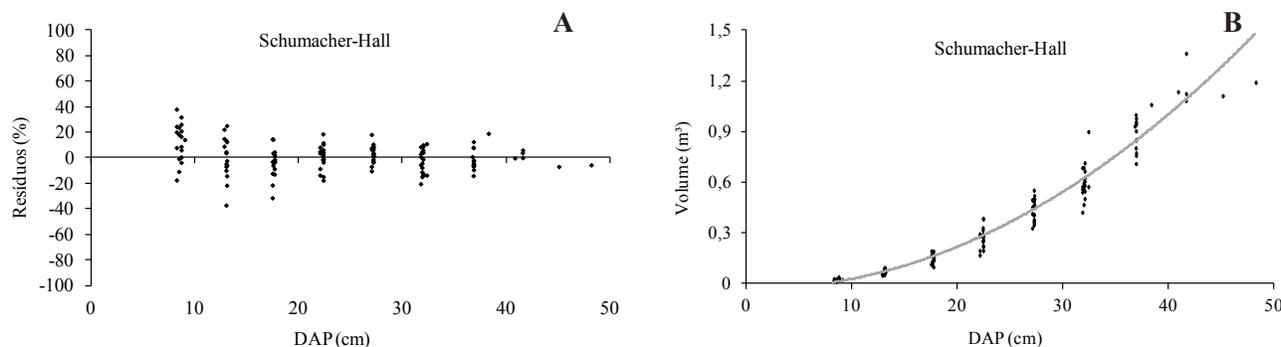
precisas da variável volume individual. Os resultados encontrados foram semelhantes aos observados por Thomas et al. (2006) para *Pinus taeda* em Santa Catarina e superiores aos obtidos por Moraes Neto (2009) para *Pinus tecunumanii* no Distrito Federal. Além disso, os valores do teste F e dos coeficientes de regressão ( $b_i$ ) foram significativos, e o erro padrão da estimativa da validação apresentou valor de 10,30%, indicando que a respectiva equação propicia estimativas precisas do volume.

Desta forma, foram confeccionados o gráfico de distribuição dos resíduos (Figura 4A) e a curva do volume individual em relação ao diâmetro a 1,3 m do solo (Figura 4B), os quais permitiram verificar que o modelo selecionado apresenta dispersão sem tendência em função do diâmetro a 1,3 m do solo (Figura 4A). Além disso, a avaliação da curva volumétrica (Figura 4B) comprovou a confiabilidade do ajuste para a estimativa do volume individual em uma amplitude diamétrica elevada de *Pinus* sp.

**Tabela 9.** Estimativas dos parâmetros estatísticos dos modelos volumétricos ajustados para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

Nº	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$S_{yx}$ %	$R^2_{aj.}$	F
1	-0,0381*	0,0007*	-	-	-	22,68	0,932	903*
2	-0,0324 <sup>ns</sup>	-0,00054 <sup>ns</sup>	0,00066*	-	-	22,77	0,932	597*
3	-8,8031*	2,4002*	-	-	-	24,35	1,000	866*
4	0,0144*	0,00003*	-	-	-	12,32	0,980	3.212*
5	-9,6088*	1,8986*	0,8752*	-	-	11,53	0,988	7.828*
6	-0,0060 <sup>ns</sup>	-0,00011*	0,00004*	0,0028 <sup>ns</sup>	-	11,87	0,981	1.732*
7	-	0,00007 <sup>ns</sup>	0,00002*	0,00002*	-0,0002 <sup>ns</sup>	11,70	0,986	1.810*
8	-9,6535*	0,9318*	-	-	-	12,50	0,931	1.977*
Modelo reduzido								
2	-	-	0,0006*	-	-	23,49	0,969	4.054*
6	-	-0,00003*	0,00003*	-	-	12,55	0,991	7.219*
7	-	-	0,0001*	-0,0007*	-	18,62	0,980	3.245*

$b_i$  = coeficientes de regressão; <sup>ns</sup> = não significativo; e \* = significância a 5%.



**Figura 4.** Distribuição dos resíduos (A) e curva volumétrica estimada (B) pelo modelo de Schumacher-Hall para *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, em Minas Gerais.

## Conclusões

A função densidade probabilística de  $S_B$  de Johnson apresenta a melhor aderência, o que permite o conhecimento da estrutura diamétrica e a avaliação do estoque madeireiro dos fragmentos de *Pinus* sp.

O modelo de Naslund é o mais adequado para caracterizar a relação hipsométrica, o que resulta em estimativas apropriadas da altura total e na possibilidade de redução do custo e dos erros não-amostrais do inventário florestal em povoamentos de *Pinus* sp.

A função de afilamento segmentada de Max-Burkhardt é a ideal para descrever a forma do tronco, o grau de decréscimo do diâmetro ao longo do fuste e a determinação de sortimentos para múltiplos produtos da madeira para *Pinus* sp.

O modelo volumétrico de dupla entrada de Schumacher-Hall demonstra que as variáveis diâmetro a 1,3 m do solo e altura total permitem a estimativa do volume individual de *Pinus* sp. em fragmentos remanescentes de povoamentos da década de 1970, no estado de Minas Gerais.

## Referências

ARCE, J. E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh. através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 14, n. 1, p. 149-164, 2004.

ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.

BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the weibull function. **Forest Science**, Lawrence, v. 19, p. 97-104, 1973.

BARROS, D. A.; MACHADO, S. A.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 03-28, 2002.

BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. A distribuição diamétrica para bracingais em diferentes idades, sítios e densidades na região metropolitana de Curitiba. **Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 305-323, 2004.

BARTOSZECK, A. C. P. S. **Evolução da relação hipsométrica e da distribuição diamétrica em função dos fatores idade, sítio e densidade inicial em bracingais da região metropolitana de Curitiba**. 2000. 214 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; GUIMARÃES, D. P.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R.; FARDIN, L. P. Eficiência das funções Weibull e hiperbólica para descrição de distribuições diamétricas de povoamentos de *Tectona grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 35, n. 2, p. 299-306, 2011.

CARVALHO, L. G.; OLIVEIRA, M. S.; ALVEAS, M. C.; VIANELLO, R. L.; SEDIYAMA, G. C.; NETO, P. C.; DANTAS, A. A. A. **Clima**. In: SCOLFORO, J. R.; CARVALHO, L. M. T.; OLIVEIRA, A. D. **Zoneamento ecológico econômico de Minas Gerais**: componentes geofísico e biótico. Lavras: UFLA, 2008. p. 89-101.

CONCEIÇÃO, M. B. **Comparação de métodos de estimativa de volume em diferentes idades em plantações de *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden**. 2004. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Curitiba, Curitiba.

CURI, N.; MARQUES, J. J. G.; MARQUES, A. F. S. M.; FERNANDES, E. I. Solos, relevo, geologia e mineração. In: SCOLFORO, J. R.; CARVALHO, L. M. T.; OLIVEIRA, A. D. **Zoneamento Ecológico Econômico de Minas Gerais**: componentes geofísico e biótico. Lavras: UFLA, 2008. p. 73-88.

- DACOSTA, L. P. E. **Relações biométricas em povoamentos jovens de *Pinus taeda* L. na província de Corrientes, República Argentina**. 2008. 128 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.
- DONADONI, A. X.; PELISSARI, A. L.; DRESCHER, R.; ROSA, G. D. Relação hipsométrica para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus tecunumanii* em povoamento homogêneo no Estado de Rondônia. **Ciência Rural**, Santa Maria, RS, v. 40, n. 12, p. 2499-2504, 2010.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 29, p. 451-461, 1999.
- HOSOKAWA, R. T.; MOURA, J. B.; CUNHA, U. S. **Introdução ao manejo e economia de florestas**. Curitiba: Ed da UFPR, 2008. 164 p.
- IMAÑA ENCINAS, J.; SILVA, G. F.; TICCHETTI, I. **Variáveis dendrométricas**. Brasília, DF: Departamento de Engenharia Florestal, Universidade de Brasília, 2002. 102 p.
- MINAS GERAIS. **Inventário florestal de Minas Gerais: mapeamento da cobertura vegetal**. 2009. Disponível em: <http://geosismanet.meioambiente.mg.gov.br>. Acesso em: 01 jul. 2012.
- MACHADO, S. A.; BALLEY, R. L.; BASSO, S. F. BEVILACQUA JÚNIOR, V. G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito a idade para plantações de *Pinus elliottii* no Estado do Paraná. **Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 05-12, 1994.
- MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO, D. J. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **evista Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava, v. 4, n. 2, p. 185-196, 2002.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Ed da Unicentro, 2006. 316 p.
- MACHADO, S. A.; NASCIMENTO, R. G. M.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; SILVA, L. C. R.; FIGURA, M. A.; PEREIRA, E. M.; TÊO, S. J. Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, n. 56, p. 5-16, 2008.
- MACHADO, S. A.; SANTOS, A. A. P.; NASCIMENTO, R. G. M.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; ZAMIN, N. T. Modelagem da distribuição diamétrica de quatro espécies de Lauraceae em um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava, v. 12, n. 1, p. 91-105, 2010.
- MACHADO, S. A.; TÊO, S. J.; URBANO, E.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo xilômetro para bracinga (*Mimosa scabrella* Benth). **Cerne**, Lavras, v. 12, n. 3, p. 239-253, 2006.
- MORAES NETO, S. P. **Estimativas de volume de *Pinus tecunumanii* no Cerrado do Distrito Federal**. Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2009. 19 p. (Embrapa Cerrados. Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento, 230).
- NETTO, C. C. **Dinâmica da distribuição diamétrica de povoamentos de *Pinus taeda* L. em diferentes idades e espaçamentos**. 2008. 105 f. Dissertação (Mestrando em Engenharia Florestal) Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.
- PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: parte I - modelos de regressão linear e não linear; Parte II - modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.
- SCOLFORO, J. R. S.; CARVALHO, L. M. T. **Mapeamento e inventário da flora nativa e dos reflorestamentos de Minas Gerais**. Lavras: Ed da UFLA, 2006. 288 p.
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria florestal: medição, volumetria e gravimetria**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004. 285 p.
- SILVA, V. S. de M. e; SOARES, T. S.; COLPINI, C.; TRAVAGIN, D. P.; HOSOKAWA, R. T.; SCOLFORO, J. R. S. Prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. pela aplicação da função de distribuição Sb de Johnson. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 33, n. 5, p. 853-863, 2009.
- SOUZA, C. A. M.; CHASSOT, T.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; FLEIG, F. D. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L. **Ciência Rural**, Santa Maria, RS, v. 38, n. 9, p. 2506-2511, 2008.
- THOMAS, C.; ANDRADE, C. M.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 16, n. 3, p. 319-327, 2006.
- YOSHITANI JUNIOR, M.; NAKAJIMA, N. Y.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DRUSZCZ, J. P.; HOSOKAWA, R. T.; MELLO, A. A. Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. **Floresta**, Curitiba, v. 42, n. 1, p. 169-176, 2012.