

Comparação dos modelos prognósticos de clutter e da função logística

Juliana Carneiro Gonçalves^{1*}, Samuel de Padua Chaves e Carvalho², Antonio Donizette de Oliveira³, Lucas Rezende Gomide³

¹Amata S.A. (GPT), Rua Funchal 263, CEP 04551-060, São Paulo, SP, Brasil

²Universidade Federal do Mato Grosso, Faculdade de Engenharia Florestal, Av. Fernando Correa da Costa, 2367, CEP 78060-900, Cuiabá, MT, Brasil

³Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Florestais, C P 3037, CEP 37200-000, Lavras, MG, Brasil

***Autor correspondente:**

jujacarneiro@gmail.com

Termos para indexação:

Produção florestal
Biometria florestal
Modelos não-lineares

Index terms:

Forest Yield
Forests Biometric
Non-linear Models

Histórico do artigo:

Recebido em 14/04/2016
Aprovado em 29/08/2016
Publicado em 30/09/2016

doi: 10.4336/2016.pfb.36.87.1230

Resumo - O objetivo deste estudo foi comparar o desempenho de dois modelos não-lineares e o sistema de equações simultâneas de Clutter na prognose do volume de madeira em povoamentos clonais e superestocados de *Eucalyptus* spp. no Espírito Santo, Brasil. Para fins de avaliação da qualidade dos ajustes e comparação dos modelos, foi utilizado o erro padrão da média percentual, os critérios de informação de Akaike e Bayesiano, complementados pela análise gráfica dos resíduos padronizados. A inclusão das covariáveis, sítio e área basal nos sistemas não-lineares de projeção em volume garantiram uma melhoria expressiva na acurácia das estimativas para a função logística com erros reduzidos em até quatro vezes. Verificou-se ainda que a função logística com inclusão de variáveis foi altamente superior a sua forma original de ajuste e mais coerente, quando comparada ao sistema de equações simultâneas de Clutter. Os resultados permitiram inferir ainda sobre a superioridade do sistema não-linear de modelagem, indicando valores de incremento médio anual máximos próximos a 5 anos, o que o torna condizente com a realidade das plantações florestais de eucalipto para produção de biomassa no Brasil.

Comparing logistic function and clutter prognosis models

Abstract - The aim this study was to compare the performance of two non-linear models and the classic Clutter's system on volume prognosis in fully stocking *Eucalyptus* stands from Espírito Santo, Brazil. Mean standard error percentual, Akaike and Bayesian criteria, supplemented by graphical analysis were used to evaluate models fit. Models performance presented better results up to four times when covariables were included in the adjustment process. It was observed that logistic function with covariables was superior than it's original form and more appropriate then Clutter's system. The results showed better results of non-linear system to modeling forest growth and yield indicating forest rotation near five years. These results are consistent with *Eucalyptus* plantation for biomass in Brazil.

Introdução

Para o planejamento florestal são essenciais informações realistas do crescimento e da produção dos povoamentos. Devido à dinamicidade dos ecossistemas florestais, os modelos de crescimento e produção são necessários para projetar as mudanças que incidem sobre esses ecossistemas e fornecem informações relevantes para auxiliar nas tomadas de decisões (Zonete et al., 2010). A utilização de curvas de projeção na previsão do crescimento da floresta serve simultaneamente para

o planejamento da produção, silvicultural e ecológico (Berger et al., 2002).

A fim de tornar o manejo da floresta mais coerente, é necessário que haja o conhecimento da forma e da taxa de crescimento dos povoamentos florestais e, quando possível, que os modelos matemáticos utilizados com este objetivo contemplem variáveis ambientais. Como ferramenta de auxílio ao manejo são utilizadas classificações de sítio e/ou de capacidade produtiva que são efetuadas com base em variáveis dendrométricas, como incremento médio em volume e

altura, área basal, volume, altura e, mais comumente, a altura dominante, por apresentar alta correlação com a produção volumétrica e massa da madeira e também por sofrer pouca influência de variáveis, como densidade, e eventos, como desbaste (Hess & Schneider, 2009).

Assim, os modelos matemáticos de crescimento e produção permitem a simulação de alternativas de manejo para diferentes sítios, idades e regimes de manejo. Além disso, fornecem informações importantes para que os gerentes florestais possam dimensionar as áreas de plantio, comercializar madeira, programar aquisição de áreas, entre outros (Berger et al.; 2002). Segundo Carvalho et al. (2011), o objetivo da modelagem é a descrição da realidade, o mais precisa possível.

Neste contexto, são inúmeros os modelos de crescimento e produção empregados no meio florestal. Ferrari et al. (2005) citam o sucesso da utilização do método de regressões sucessivas na prognose da produção de povoamentos de eucalipto e enfatizam as vantagens de se adotar modelos não lineares de prognose, como o modelo de Chapman-Richards. Segundo os autores, este modelo tem aplicação nas mais diversas áreas onde se tem o objetivo de representar processos sigmoidais. Dentre os modelos com forma sigmoidal, destaca-se o modelo Logístico.

Entretanto, mesmo que os modelos de forma sigmoidal apresentem maior potencial de aplicação, Dias et al. (2005) afirmam que, ainda hoje, o modelo de prognose da produção em nível de povoamento utilizado com maior frequência na literatura e no ambiente empresarial é o modelo de Clutter (1963). Segundo Oliveira et al. (2009) o modelo de Clutter (1963), um dos mais difundidos no país, foi originalmente ajustado para uma floresta de pinus nos Estados Unidos, entretanto, é utilizado no Brasil com algumas alterações na forma original, realizadas para uma determinada condição. O próprio autor já afirmava que o modelo definido naquele momento não seria adequado para todas as espécies e/ou alternativas de manejo.

Sendo assim, os objetivos desse trabalho são comparar o ajuste e selecionar aquele com o melhor ajuste e melhor estimativa de produção entre três modelos de crescimento e produção: de Clutter, Logístico e uma variação do modelo Logístico.

Material e métodos

Caracterização da área de estudo

Foram obtidos dados provenientes do Inventário Florestal junto à empresa Fibria Celulose S.A., regional Aracruz, com sede no município de Aracruz, Espírito Santo, Brasil. A temperatura média da região é de 28 °C e precipitação anual média de 1.200 mm. Os tipos de solo predominantes na região são o Latossolo Vermelho Amarelo Distrófico e Podzólico Vermelho Amarelo (Prefeitura Municipal de Aracruz, 2013).

Foram utilizados dados de plantios de híbridos de *Eucalyptus grandis* x *E. urophylla* históricos e ativos que se encontravam a partir do segundo ciclo, com referência em dezembro de 2012, contabilizando um total de 6.391 parcelas distribuídas em 198 fazendas, considerando apenas áreas em primeira rotação.

Preparação da base de dados

Optou-se por trabalhar com base de ativos e históricos em nível de parcela para garantir robustez dos modelos ajustados. No entanto, para melhorar a qualidade do ajuste, foi feita uma preparação prévia da base de dados, sendo excluídas as parcelas que não apresentavam remediações; parcelas de plantios efetuados antes de 2002; parcelas com idade inferior a 2 anos e/ou superior a 8 anos; parcelas que apresentavam altura dominante, volume e/ou área basal na idade 2 menores que na idade 1; parcelas com número de fustes menores que 900 e maiores que 1.500, uma vez que o espaçamento de plantio predominante na área é de 3,0 m x 3,0 m; parcelas com número de árvores na segunda medição inferiores a 30% e/ou superiores a 20%. Carvalho & Lima (2015) sugerem análises complementares no preparo de dados para projeção de povoamentos completamente estocados.

Após a aplicação dos filtros, a base de dados resultantes ficou composta de 2.680 parcelas.

Classificação de sítio

Para construção das curvas de índice de sítio, foi utilizado o modelo de Schumacher em sua forma linear e o método de construção de curvas polimórficas com idade de referência de 5 anos. Optou-se pelo método das curvas polimórficas, uma vez que estas tendem a retratar de maneira mais eficaz os processos biológicos relativos aos fatores crescimento. Maiores detalhes sobre

os procedimentos abordados neste tópico podem ser encontrados em Gonçalves (2014). As parcelas foram, portanto, classificadas em 3 classes de sítio (I = boa, II = média e III = ruim). Os dados foram trabalhados e analisados no software R, versão 2.15.1 (R Development Core Team, 2012).

Modelagem da projeção em área basal

O passo que antecede a obtenção do volume prognosticado é a projeção em área basal para os modelos que apresentam, em sua estrutura, a área basal projetada como um *input*. Sendo assim, foram testados dois diferentes modelos não-lineares para retratar as

variações de crescimento e produção em área basal, propostos por Mendonça (2010).

Em ambos os modelos optou-se por inserir o sítio, a fim de contemplar o efeito do potencial produtivo do local. A compatibilidade dos modelos foi verificada e confirmada por Mendonça (2010), sendo os dois modelos desenvolvidos (equações 1 e 2) considerados compatíveis.

A qualidade dos ajuste dos modelos foi avaliada por meio do erro padrão da média em porcentagem ($S_{xy\%}$), critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), complementados pela análise gráfica dos resíduos em escala padronizada.

Modelo I:

$$G_2 = G_1 + (\beta_{00} + \beta_{01}S_i) \frac{\left(-e^{-(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)I_2} (\beta_{10} + \beta_{11}S_i) I_2 - e^{-(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)I_2} \right)}{(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)^2} + \frac{\left(e^{-(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)I_1} (\beta_{10} + \beta_{11}S_i) I_1 + e^{-(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)I_1} \right)}{(\beta_{10} + \beta_{11}S_i)^2} + \varepsilon_i \tag{1}$$

Modelo II:

$$G_2 = G_1 + \frac{\left[-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_2 e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_2} - e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_2} + e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_2} (\beta_{10} + \beta_{11}S_i) \right]}{(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)} + \frac{\left[(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_1 e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_1} + e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_1} - e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)I_1} (\beta_{10} + \beta_{11}S_i) \right]}{(\beta_{00} + \beta_{01}S_i)} + \varepsilon_i \tag{2}$$

Em que: G_1 = área basal na idade 1 da *i*-ésima parcela; G_2 = área basal na idade 2 da *i*-ésima parcela; S = índice de sítio da *i*-ésima parcela; β_n = parâmetros do modelo; ε = erro aleatório; e = número de Euler ($e=2,71828$).

Modelagem do crescimento e da produção em volume

Os procedimentos para a modelagem do crescimento em volume, específicos para povoamentos superestocados,

como os tipicamente plantados no Brasil para fins de produção de biomassa, estão descritos a seguir.

Foram avaliados três modelos: Logístico, Logístico adaptado e Clutter (Equações 3, 4 e 5, respectivamente).

$$V_2 = \frac{\beta_0}{1 + e^{\left\{ \frac{(\beta_1 - I_2)}{\beta_2} \right\}}} + \varepsilon_i \tag{3}$$

$$V_2 = \frac{\beta_{00} + \beta_{01}S_i}{1 + e^{\left\{ \frac{[(\beta_{10} + \beta_{11}G_2) - I_2]}{\beta_2} \right\}}} + \varepsilon_i \tag{4}$$

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{S_i} \right) + \beta_2 \left(\frac{1}{I_2} \right) + \beta_3 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln(G_1) + \beta_4 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \beta_5 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S_i + \varepsilon_i \tag{5}$$

Em que: V_2 = volume na idade de prognose da *i*-ésima parcela; \ln = logaritmo neperiano; I_1 = idade de medição da *i*-ésima parcela; I_2 = idade de projeção da *i*-ésima parcela; β_n = parâmetros do modelo; ε = erro aleatório; e = número de Euler ($e=2,71828$).

Segundo Carvalho et al. (2011), o modelo Logístico além de descrever o comportamento biológico dos dados de crescimento em função da idade, diferentemente de modelos lineares, permite a obtenção dos parâmetros iniciais do modelo por meio da interpretação biológica dos mesmos, onde, o β_0 representa a assíntota horizontal superior, ou seja, o máximo valor (V_2 no tempo L_2); β_1 representa o ponto de inflexão da curva (volume x idade), ou seja, $\beta_0/2$; e β_2 é a escala, ou seja, é a diferença entre as idades onde a produção atingir aproximadamente 73% (73% de β_0) e a idade no ponto de inflexão (idade em β_1 ou $\beta_0/2$).

O segundo modelo ajustado foi descrito por Mendonça et al. (2014). Os autores incorporaram ao modelo Logístico as variáveis índice de sítio (S) e área basal do povoamento (G) segundo a hipótese de que a variabilidade nos dados pode ser explicada pelas duas variáveis e que por consequência melhora a qualidade do ajuste, resultando na Equação 4.

O sistema de equações simultâneas de Clutter (1963) para prognose do crescimento e produção é consagrada na literatura florestal (Equação 5). Este apresenta em sua estrutura variáveis que refletem a produtividade local, no caso o índice de sítio, e uma função para a densidade, neste caso a área basal, todas estas em nível de povoamento total.

Resultados e discussão

Classificação de sítio

Todos os parâmetros obtidos a partir do ajuste do modelo de Schumacher linearizado para projeção da altura dominante na idade de referência de 5 anos foram significativos ao nível de 5%. O erro padrão percentual foi de 9,26%.

A amplitude de variação da altura dominante na idade de cinco anos possibilitou a geração de três classes de sítio, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Limites inferiores e superiores das três classes de sítio.

Classes	Limite Inferior (m)	Limite Superior (m)	Centro de classe (m)
I	27,0	31,5	29,25
II	22,5	27,0	24,75
III	18,0	22,5	20,25

Segundo Soares et al. (2004), o índice de sítio é um importante componente para o manejador florestal, pois permite avaliar diferentes alternativas de manejo quando associadas a um modelo de crescimento e produção. Procedimentos de classificação sítios compatíveis aos apresentados neste estudo foram obtidos por Maestri et al. (2003) e Calegario et al. (2004).

Análise dos modelos ajustados para estimativa da projeção em área basal

Verificou-se que todos os parâmetros resultantes do ajuste dos dois modelos foram significativos ao nível de 5% de significância (tabela 2). Segundo Mendonça (2010), se for analisar apenas esse critério, os modelos podem ser considerados adequados para prognosticar a área basal dos povoamentos, pois os parâmetros dos dois modelos analisados explicam o comportamento dos dados de forma significativa. No entanto, esse autor afirma que apenas esse resultado não garante a qualidade da previsão.

Tabela 2. Análise da variância para os parâmetros dos Modelos I e II de projeção em área basal.

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	P-valor
Modelo I			
β_{00}	0,9956	0,0022	< 2E-16
$\beta_{01}(S)^*$	0,0001	0,0001	0,0462
β_{10}	0,2491	0,0263	< 2E-16
$\beta_{11}(S)^*$	-0,0070	0,0009	6,10E-14
Modelo II			
β_{00}	-0,2275	0,0400	1,33E-08
$\beta_{01}(S)^*$	0,0223	0,0014	< 2E-16
β_{10}	17,1363	1,1864	< 2E-16
$\beta_{11}(S)^*$	-1,0475	0,0460	< 2E-16

* $\beta_{01}(S)$ e $\beta_{11}(S)$ – Covariante sítio associada às decomposições dos parâmetros β_0 e β_1 respectivamente

Na Tabela 3 são apresentados os resultados das análises estatísticas para avaliação e seleção dos modelos de prognose da área basal. Observa-se que quando comparados os Modelos I e II, o segundo foi superior em todas as estatísticas sugeridas. Os critérios de Informação de Akaike e Bayesiano demonstram que o ajuste do Modelo II proporcionou redução significativa de seus valores, indicando maior parcimônia, além da melhoria explicativa do modelo fornecida pelo valor do erro padrão residual ($S_{yx\%}$) em quase 46%.

Tabela 3. Estatísticas apresentadas pelos modelos de crescimento e produção em área basal.

Modelos	S _{xy} (%)	AIC	BIC
Modelo I	8,67	26.602,75	26.637,26
Modelo II	4,86	18.105,42	18.139,93

A distribuição dos resíduos padronizados dos dois modelos avaliados na projeção da área basal estão apresentados na figura 1. Nota-se que os resíduos dos dois modelos em quase sua totalidade estão com desvios entre ± 5 e mais concentrados no valor zero, o que sugere baixa discrepância nos valores estimados.

Quando comparado caso a caso, é perceptível uma melhor distribuição para o modelo II (figura 1), com amplitude dos erros de estimativa entre 13 e 24 m² ha⁻¹, sendo, portanto, preferencial quando comparado ao Modelo I para projeções da área basal, em nível de povoamento, uma vez verificada a superioridade nas métricas da Tabela 3, seguida pela análise gráfica corroborativa.

Ao se comparar a variação dos valores estimados com os observados foi possível notar que ambos os modelos analisados conseguiram representar a variação real dos valores observados, que estavam entre 1,59 e 32,2 m² ha⁻¹.

Análise dos modelos ajustados para estimativa do crescimento e da produção em volume

Na Tabela 4 são apresentados os resultados obtidos após os ajustes dos modelos de projeção do crescimento

e produção em volume dos povoamentos de *Eucalyptus* spp. Observa-se que todos os parâmetros dos modelos foram significativos ao nível de 5%, indicando, portanto, a influência das variáveis predictoras.

Tabela 4. Parâmetros encontrados após o ajuste dos modelos.

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	P – valor
Função Logística			
β ₀	215,7069	1,5105	<2E-16
β ₁	2,9473	0,0190	<2E-16
β ₂	0,9002	0,0167	<2E-16
Função Logística Modificada			
β ₀₀	138,6777	3,4360	<2E-16
β ₀₁ (S)*	6,7357	0,1252	<2E-16
β ₁₀	21,1768	0,2673	<2E-16
β ₁₁ (G2)*	-0,9399	0,0150	<2E-16
β ₂	6,3140	0,0820	<2E-16
Modelo de Clutter			
β ₀	1,9380	0,0328	<2E-16
β ₁	-10,7709	0,4225	<2E-16
β ₂	-1,1685	0,0191	<2E-16
β ₃	1,3212	0,0066	<2E-16
β ₄	3,2514	0,0714	<2E-16
β ₅	0,0491	0,0025	<2E-16

*Covariante associada; B01S: parâmetro assintótico associado a variável sítio; B11G2: parâmetro de ponto de inflexão associado a área basal projetada. Modelo A = Função logística; B = Função logística modificada; C = modelo de Clutter.

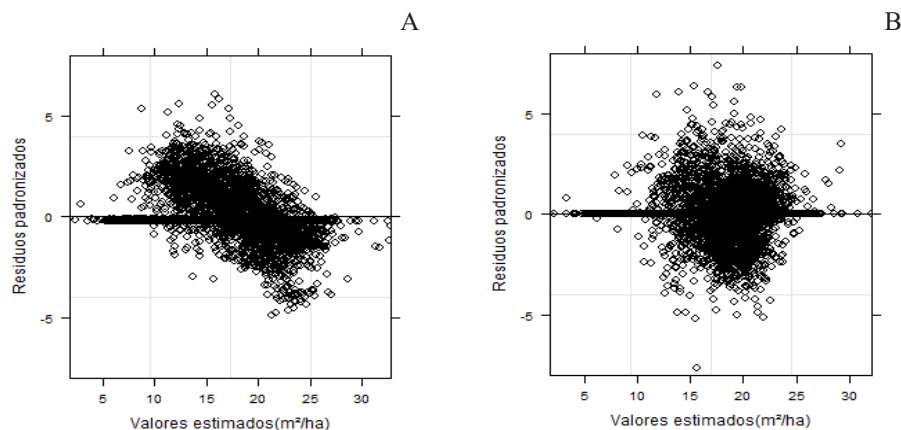


Figura 1. Distribuição dos resíduos padronizados para os Modelos I (A) e II (B).

A Tabela 5 apresenta os resultados das análises estatísticas dos modelos para comparação e seleção do modelo de prognose do crescimento e produção mais

adequado. Segundo Ferreira & Trevisan (2001) erros de até 10% são considerados admissíveis para modelos de prognose da produção. Neste contexto, pôde-se

considerar os modelos representados pela Função Logística modificada e do modelo de Clutter como adequados, pois a predição de ambos encontram-se no intervalo sugerido pelos autores, variando de 5,54% a 7,73%, respectivamente. O mesmo não acontece quando avaliada a Função Logística na sua forma original uma vez que os desvios associados às suas estimativas são superiores a 20%.

Quando analisadas os valores de AIC e BIC, a Função Logística modificada proporcionou reduções nos valores destas estatísticas, sendo, portanto, indicado como o mais parcimonioso.

A função Logística modificada foi considerada superior aos demais, quando considerados os valores das estatísticas sugeridas na seleção de modelos. Mendonça (2010) e Carvalho et al. (2011) observaram que a adição de covariantes no modelo logístico contribuiu significativamente para a melhoria do mesmo. Portanto, a inclusão das variáveis sítio e área basal contribuiu significativamente para o aumento da precisão do modelo, que por consequência favorecerá tomadas de decisões mais assertivas.

Tabela 5. Estatísticas apresentadas pelos três modelos de crescimento e produção em volume.

Modelos	S_{xy} (%)	AIC	BIC
Função Logística	21,11	50.987,01	51.007,72
Função Logística modificada	5,54	31.335,19	31.369,7
Modelo de Clutter	7,73	36.222,95	36.364,36

Sendo AIC = Critério de Informação de Akaike; BIC = Critério de Informação Bayesiano S_{xy} (%) = Erro padrão residual em escala percentual.

O gráfico de distribuição dos resíduos padronizados (Figura 2) evidenciou que na Função Logística na sua forma original não representou a real amplitude de variação dos dados, com estimativas mínimas e máximas em 47,13 e 208,68 $m^3 ha^{-1}$, respectivamente, e valores observados de 4,23 e 366,30 $m^3 ha^{-1}$.

Quando comparados os gráficos resultantes dos ajustes da Função Logística modificada e o modelo de Clutter foi possível notar uma ligeira superioridade na distribuição dos resíduos resultante do modelo de Clutter. O primeiro apresenta tendência de superestimação para valores de volumes inferiores a 50 $m^3 ha^{-1}$ e/ou superiores a 250 $m^3 ha^{-1}$. Esta tendência de subestimação se confirmou quando avaliada analiticamente a amplitude de variação dos valores estimados, 16,25 e 306,35 $m^3 ha^{-1}$. Por outro lado, o modelo de Clutter não apresenta

esta tendência inicial de superestimativa de menores valores de volumes, entretanto, apresenta tendência de superestimação para volumes superiores a 280 $m^3 ha^{-1}$. Esta tendência se confirma quando comparados os valores estimados pelos Modelos com a amplitude dos dados observados sendo de 4,45 e 384,92 $m^3 ha^{-1}$ respectivamente.

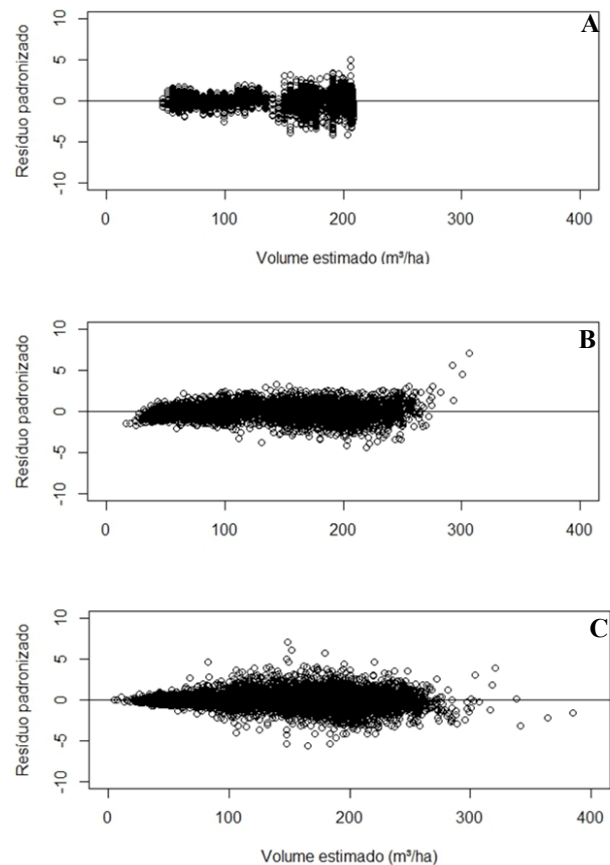


Figura 2. Distribuição de resíduos padronizados dos três modelos ajustados para projeção do crescimento e produção volumétrica. A = função Logística; B = função Logística modificada; C = modelo de Clutter.

Entretanto, como observado no gráfico de distribuição residual padronizada (Figura 2), os modelos representados pela Função Logística modificada bem como pelo modelo de Clutter não apresentaram diferenças expressivas ou tendenciosidade e devido à superioridade estatística do Modelo 2, corroborando com o trabalho de Mendonça (2010).

Ao aplicar o modelo de projeção em volume representado pela Função Logística modificada, e avaliando os seus valores de incremento médio anual foi possível notar que o este é maximizado aos 5 anos

de idade, indicando esta idade como a ideal de corte para o sítio mais produtivo, com produção esperada de 207,58 m³, e de 8 anos para o sítio menos produtivo, com produção estimada em 169,13 m³. Os resultados aqui encontrados corroboram com Dias et al. (2005), que afirmam sobre a idade ideal de corte estar associada a idade de máximo incremento e ainda que esta tende a ser atingida mais precocemente em sítios mais produtivos. Segundo Carvalho et al. (2011), essa tendência indica que o modelo proposto é adequado, antecipando a idade de corte para sítios mais produtivos e refletindo em padrões biológicos de crescimento.

Conclusões

Os resultados apresentados no estudo contemplam a superioridade do modelo não-linear com a inclusão de covariáveis. A inclusão das covariantes sítio e área basal no modelo logístico gerou melhorias estatisticamente expressivas na estimativa do volume de madeira quando comparado a sua forma original, seguido pelo sistema de equações simultâneas de Clutter.

Os valores de incremento médio anual inferem sobre a rotação silvicultural destes plantios, sendo portanto condizentes e compatíveis biologicamente com as leis de crescimento, corroborando com os trabalhos já desenvolvidos com este tema na esfera nacional.

Referências

- Berger, R. et al. Efeito do espaçamento e da adubação no crescimento de um clone de *Eucalyptus saligna* Smith. **Ciência Florestal**, v. 12, n. 2, p. 75-87, 2002. DOI: 10.5902/198050981682.
- Calegario, N. et al. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal eucalyptus plantation case study. **Forest Ecology and Management**, v. 204, n.1, p. 11-21, 2004.
- Carvalho, S. P. C. et al. Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **Cerne**, v. 17, n. 4, p. 541-548, 2011. DOI: 10.1590/S0104-77602011000400013.
- Carvalho, S. P. C. & Lima, M. P. Uma proposta para o preparo de bases de dados utilizadas nos ajustes de modelos de crescimento e produção florestal. **Advances in Forestry Science**, v. 2, n. 3, p. 69-72, 2015.
- Clutter, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n. 3, p. 354-371, 1963.
- Dias, A. N. et al. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, v. 29, n. 5, p. 731-739, 2005. DOI: 10.1590/S0100-67622005000500008.
- Ferrari, M. P. et al. Prognose do crescimento volumétrico individual de árvores de *Eucalyptus*, em povoamentos na Região Centro Sul. **Boletim Pesquisa Florestal**, n. 51, p. 5-16, 2005.
- Ferreira, A. C. & Trevisan, R. Prognose do crescimento volumétrico de espécies de *Eucalyptus* para a Região Centro Sul do Brasil. **Boletim de Pesquisa Florestal**, v. 42, p. 71-82, 2001.
- Gonçalves, J. C. **Análise de risco aplicada à determinação da rotação econômica**. 2014. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- Hess, A. F. & Schneider, P. R. Crescimento em altura de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em três locais do Rio Grande do Sul. **Ambiência**, v. 5, n. 2, p. 213-232, 2009.
- Maestri, R et al. Modelagem do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus grandis* através de processos de difusão. **Revista Floresta**, v. 33, n. 2, p. 169-182, 2003.
- Mendonça, A. R. et al. Modelagem da produção de sortimentos em povoamentos de eucalipto. **Cerne**, v. 20, n. 4, p. 587-594, 2014. DOI: 10.1590/01047760201420041366.
- Mendonça, A. R. **Modelagem não linear do crescimento e da produção de plantações florestais**. 2010. 96 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- Oliveira, M. L. R. et al. Modelagem e prognose em povoamentos não desbastados de clones de eucalipto. **Revista Árvore**, v. 33, n. 5, p. 841-852, 2009. DOI: 10.1590/S0100-67622009000500007.
- Prefeitura Municipal de Aracruz. Disponível em: < <http://www.pma.es.gov.br/>>. Acesso em: 20 fev. 2013.
- R Development Core Team. **R: a language and environment for statistical computing**. Austria, 2012.
- Soares, C. P. B. et al. Especificação de um modelo de crescimento e produção florestal. **Revista Árvore**, v. 28, n. 6, p. 831-837, 2004. DOI: 10.1590/S0100-67622004000600007.
- Zonete, F. et al. Estimação de parâmetros biométricos de plantios clonais de eucalipto no sul da Bahia: uma aplicação da tecnologia laser aerotransportada. **Scientia Forestalis**, v. 38, n. 1, p. 225-235, 2010.

